

目次

第1章 確率と確率分布	1
1.1 確率	1
1.2 確率分布	2
1.3 ベクトル形確率変数	4
1.4 多次元正規分布	5
1.4.1 定義	5
1.4.2 線形変換に対する性質	6
1.4.3 精度行列を用いた場合の表現	7
1.4.4 エントロピーの計算	7
第2章 最尤推定と正則化ミニマムノルム解	9
2.1 線形離散モデル	9
2.2 最尤原理と最小二乗法の導出	11
2.3 線形最小二乗法の解	12
2.4 L_2 ノルム正則化を用いた解	14
2.5 劣決定系での最小二乗推定	16
2.5.1 ミニマムノルム解	16
2.5.2 L_1 ノルム正則化	18
2.5.3 L_1 ノルムの解がスパースな解を与える理由の考察 ...	19
問 題	23

第3章	ベイズ推定の基礎	24
3.1	ベイズ定理	24
3.2	線形離散モデルでの未知量推定	27
3.3	未知量 \boldsymbol{x} の点推定	28
3.4	線形正規モデルでの事後確率分布の導出	30
	問 題	32
第4章	EM アルゴリズム	33
4.1	未知量 \boldsymbol{x} とハイパーパラメータの推定	33
4.2	ハイパーパラメータに対する尤度	34
4.3	平均データ尤度	36
4.4	線形正規モデルにおける EM アルゴリズム	37
4.4.1	平均データ尤度の計算	37
4.4.2	ハイパーパラメータ $\boldsymbol{\Phi}$ の更新式	38
4.4.3	ハイパーパラメータ $\boldsymbol{\Lambda}$ の更新式	38
4.4.4	EM アルゴリズムのまとめ	39
4.5	L_2 正則化ミニマムノルム解のベイズ的導出	40
4.6	EM アルゴリズムの汎関数を使った導出	42
4.6.1	汎関数の定義と事後分布の導出	42
4.6.2	自由エネルギーのハイパーパラメータによる最大化 ..	45
4.6.3	EM アルゴリズムの妥当性	46
	問 題	48
第5章	スパースベイズ推定	49
5.1	確率モデル	49
5.2	推定の定式化	50
5.3	周辺尤度関数の導出	51
5.4	ハイパーパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の更新式	54

5.5	凹関数の性質を用いたアルゴリズム	57
5.5.1	コスト関数の導出	57
5.5.2	各変数の更新式	58
5.6	どうしてスパースな解が得られるのかについての考察	61
問	題	63
第6章	ベイズ因子分析	65
6.1	因子分析モデル	65
6.2	確率モデル	67
6.3	EM アルゴリズム	68
6.3.1	E ステップ	68
6.3.2	M ステップ- \mathbf{A} の更新式	68
6.3.3	M ステップ- \mathbf{A} の更新式	69
6.3.4	周辺尤度の計算	70
6.4	ベイズ因子分析：まとめ	72
問	題	73
第7章	変分ベイズ法	74
7.1	変分近似による事後分布の導出	75
7.2	VBEM アルゴリズムの導出	77
7.3	VBEM アルゴリズム—スカラー変数の例	79
7.4	VBEM アルゴリズム— L_2 正則化ミニマムノルム解への適用	82
第8章	変分ベイズ因子分析	85
8.1	混合行列に対する事前確率分布	85
8.2	VBEM アルゴリズム	88
8.2.1	E ステップ	88

8.2.2	M ステップ	90
8.2.3	α の更新式	92
8.2.4	\mathbf{A} の更新式	95
8.3	自由エネルギーの計算式	97
8.4	変分ベイズ因子分析のまとめ	99
問	題	100
第9章 ベイズ判別分析		101
9.1	フィッシャーの線形判別	101
9.2	確率的な判別法	104
9.3	判別パラメータの最尤推定	106
9.4	スパースベイズ判別	108
9.4.1	重みと事後確率の関係	109
9.4.2	事後分布の導出	110
9.4.3	ハイパーパラメータ α の更新式	113
9.4.4	スパースベイズ判別法のまとめ	114
問	題	114
第10章 数値実験		115
10.1	海底電線の位置推定	115
10.1.1	計測データの発生	115
10.1.2	電流強度の推定実験	116
10.2	時空間信号からのベイズ因子分析を用いたノイズ除去	121
付録 数学的補足		125
A.1	凹関数の例	125
A.2	ガンマ分布	126
A.3	ベクトルのノルム定義	128

A.4 汎関数微分	129
A.5 KL ダイバージェンス	131
A.6 ラプラス近似	132
A.7 スカラーのベクトルあるいは行列での微分	133
A.8 逆行列に関するいくつかの公式	135
問題の解答	136
参考文献	155
索引	156

