ディジタル通信
演習問題解答

第１章　通信で使う信号

【prob. 1.1】. 横軸が $\cos(2\pi ft)$，縦軸が $-\sin(2\pi ft)$ の場合，次の座標に対応する信号を求めて ($A\cos(2\pi ft+\theta)$ で表現)，プロットせよ．

(a) $(2,-3)$

$$2\cos(2\pi ft)+(-3)[-\sin(2\pi ft)] = \sqrt{2^2+3^2}\cos(2\pi ft+\theta) = \sqrt{13}\cos(2\pi ft+\theta)$$

$$\theta = atan2(-3,2) = \tan^{-1}(-3/2) = -0.983\ rad$$

注: $atan2(y,x)$ は C 言語等で用意されている関数である

(b) $(-4,4)$

$$-4\cos(2\pi ft)+(4)[-\sin(2\pi ft)] = \sqrt{4^2+4^2}\cos(2\pi ft+\theta) = 4\sqrt{2}\cos(2\pi ft+\theta)$$

$$\theta = atan2(4,-4) = \pi+\tan^{-1}(-1) = 2.36\ rad$$

(c) $(3,4)$

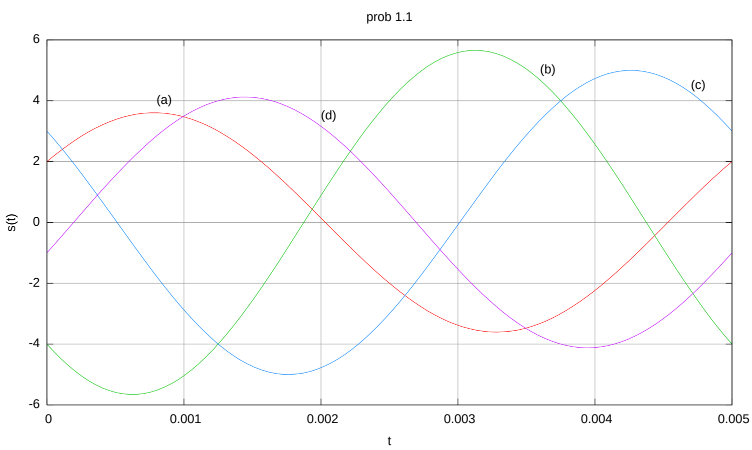
$$3\cos(2\pi ft)+(4)[-\sin(2\pi ft)] = \sqrt{3^2+4^2}\cos(2\pi ft+\theta) = 5\cos(2\pi ft+\theta)$$

$$\theta = atan2(4,3) = \tan^{-1}(4/3) = 0.927\ rad$$

(d) $(-1,-4)$

$$-1\cos(2\pi ft)+(-4)[-\sin(2\pi ft)] = \sqrt{1^2+4^2}\cos(2\pi ft+\theta) = \sqrt{17}\cos(2\pi ft+\theta)$$

$$\theta = atan2(-4,-1) = \tan^{-1}(4)-\pi = -1.82\ rad$$



【prob. 1.2】. 横軸が $\cos(2\pi ft)$，縦軸が $-\sin(2\pi ft)$ の場合，次の信号に対する座標を計算せよ．

(a) $4\cos(2\pi ft+\pi/4)$

$$4\cos(2\pi ft+\pi/4)=4\cos(2\pi ft)\cos(\pi/4)-4\sin(2\pi ft)\sin(\pi/4)=2\sqrt{2}\cos(2\pi ft)+2\sqrt{2}[-\sin(2\pi ft)]$$

座標：$(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$

(b) $2\cos(2\pi ft-\pi/3)$

$$2\cos(2\pi ft-\pi/3)=2\cos(2\pi ft)\cos(\pi/3)+2\sin(2\pi ft)\sin(\pi/3)=\cos(2\pi ft)-\sqrt{3}[-\sin(2\pi ft)]$$

座標：$(1,-\sqrt{3})$

(c) $5\cos(2\pi ft-5\pi/6)$

$$5\cos(2\pi ft-5\pi/6)=5\cos(2\pi ft)\cos(5\pi/6)+5\sin(2\pi ft)\sin(5\pi/6)=-2.5\sqrt{3}\cos(2\pi ft)-2.5[-\sin(2\pi ft)]$$

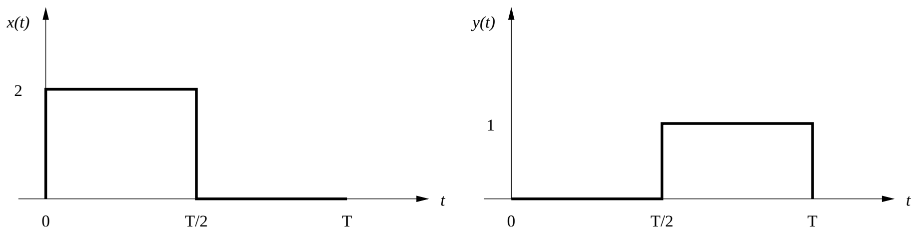
座標：$(-2.5\sqrt{3},-2.5)$

(d) $\cos(2\pi ft+3\pi/5)$

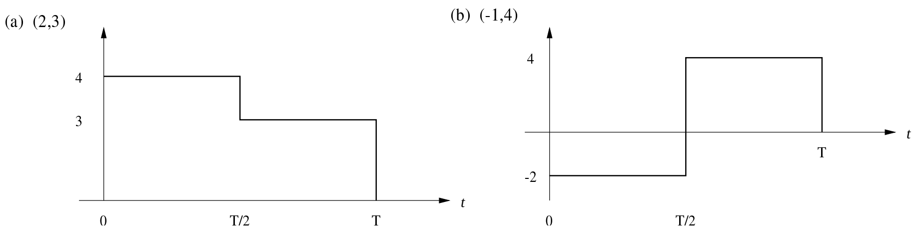
$$\cos(2\pi ft+3\pi/5)=\cos(2\pi ft)\cos(3\pi/5)-\sin(2\pi ft)\sin(3\pi/5)=-0.309\cos(2\pi ft)+0.951[-\sin(2\pi ft)]$$

座標：$(-0.309,0.951)$

【prob. 1.3】. 下図の信号スペースを使用して，次の座標に対応する信号を書きなさい．



(a) (2,3),　(b) (-1,4)



【prob. 1.4】. 上記の信号 $x(t),y(t)$ は直交しているか？

時間的に分かれているので，直交している．

【prob. 1.5】. $s_1(t)=t^2$ と $s_2(t)=1-at/T$ $(0\le t\le T)$ が直交するために，a はいくらにすれば良いか計算しなさい．

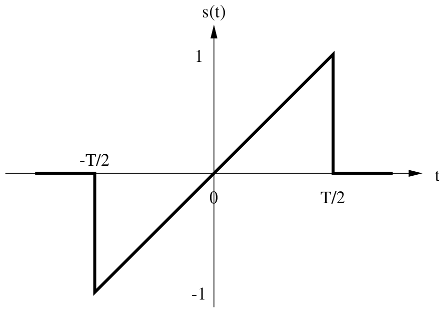
直交条件

$$\int_0^T s_1(t)s_2(t)dt=0$$

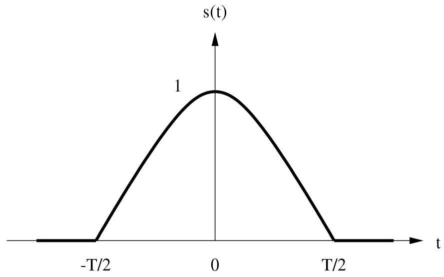
$$\int_0^T t^2(1-a\frac{t}{T})dt=\int_0^T (t^2-a\frac{t^3}{T})dt=\left[\frac{t^3}{3}-a\frac{t^4}{4T}\right]=\frac{T^3}{3}-a\frac{T^3}{4}=0\rightarrow a=\frac{4}{3}$$

【prob. 1.6】. 下記の信号のフーリエ変換を求め，周波数スペクトルの絶対値をプロットしなさい．

(a) ランプパルス



(b) 半正弦波パルス



(a) ランプパルス

$$s(t) = \frac{2}{T}t, -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$$

フーリエ変換：

$$S(f) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2}{T} t e^{-j2\pi f t} dt$$

この積分を行うために，下記を利用

$$\int t e^{-at} dt = -\frac{t}{a} e^{-at} - \frac{1}{a^2} e^{-at}$$

$$S(f) = \frac{2}{T}\left[-\frac{t e^{-j2\pi f t}}{j2\pi f} + \frac{e^{-j2\pi f t}}{4\pi^2 f^2} \right]_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{2}{T}\left[-\frac{T}{j4\pi f} e^{-j\pi f T} + \frac{1}{4\pi^2 f^2} e^{-j\pi f T} - \frac{T}{j4\pi f} e^{j\pi f T} - \frac{1}{4\pi^2 f^2} e^{j\pi f T} \right]$$

$$= -\frac{1}{j2\pi f}\left(e^{j\pi f T} + e^{-j\pi f T} \right) - \frac{1}{2\pi^2 f^2 T}\left(e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T} \right)$$

$e^{jx} - e^{-jx} = j2\sin(x)$, $e^{jx} + e^{-jx} = 2\cos(x)$ なので，

$$S(f) = \frac{j}{\pi f}\cos(\pi f T) - \frac{j}{\pi^2 f^2 T}\sin(\pi f T) = jT\left[\frac{\cos(\pi f T)}{\pi f T} - \frac{\sin(\pi f T)}{(\pi f T)^2} \right]$$

スペクトルの絶対値

$$|S(f)| = T\left| \frac{\cos(\pi f T)}{\pi f T} - \frac{\sin(\pi f T)}{(\pi f T)^2} \right|$$

(b) 半正弦波パルス

$$s(t) = \cos(\pi t/T), -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$$

$\cos(x) = (e^{jx} + e^{-jx})/2$ を利用すると，

$$s(t) = \frac{e^{j\pi t/T} + e^{-j\pi t/T}}{2}$$

フーリエ変換:

$$S(f) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{e^{j\pi t/T} + e^{-j\pi t/T}}{2} e^{-j2\pi f t} dt = \frac{1}{2}\int_{T/2}^{T/2} e^{j\pi(1/T-2f)t} + e^{-j\pi(1/T+2f)t} dt$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^{j\pi(1/T-2f)t}}{j\pi(1/T-2f)} + \frac{e^{-j\pi(1/T+2f)t}}{-j\pi(1/T+2f)} \right]_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^{j\pi(1/T-2f)T/2}-e^{-j\pi(1/T-2f)T/2}}{j\pi(1/T-2f)}+\frac{e^{-j\pi(1/T+2f)T/2}-e^{j\pi(1/T+2f)T/2}}{-j\pi(1/T+2f)}\right]$$

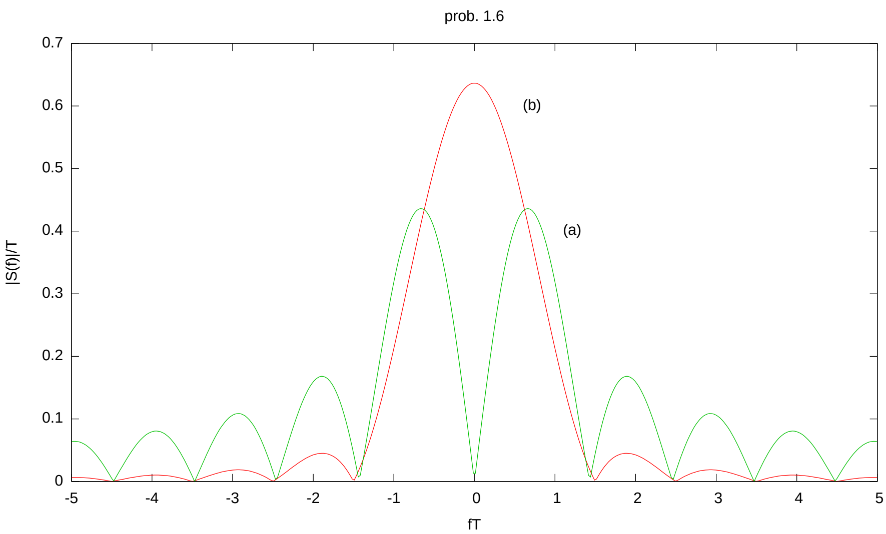
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{e^{j\pi/2}e^{-j\pi fT}-e^{-j\pi/2}e^{j\pi fT}}{j\pi(1/T-2f)}+\frac{e^{-j\pi/2}e^{-j\pi fT}-e^{j\pi/2}e^{j\pi fT}}{-j\pi(1/T+2f)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{j(e^{-j\pi fT}+e^{j\pi fT})}{j\pi(1/T-2f)}+\frac{-j(e^{-j\pi fT}+e^{j\pi fT})}{-j\pi(1/T+2f)}\right]$$

$$= \frac{\cos(\pi fT)}{\pi(1/T-2f)}+\frac{\cos(\pi fT)}{\pi(1/T+2f)}$$

$$= \frac{T\cos(\pi fT)}{\pi}\left[\frac{1}{1-2fT}+\frac{1}{1+2fT}\right]$$

$$S(f) = \frac{2T\cos(\pi fT)}{\pi(1-4f^2T^2)}$$



これらのスペクトルを比較すると，$S(f)$ の減少がより速いのでいいと言える．また，方形パルスのスペクトルの最初の 0 までの距離が短いので，良いと言える．

【prob. 1.7】. 帯域幅を最初のナル ($S(f)$ が 0 になるところ) までだと定義した場合，prob. 1.6 の信号の帯域幅はいくらになるか計算せよ．

(a) ランプパルス

$$S(f) = jT\left[\frac{\cos(\pi fT)}{\pi fT}-\frac{\sin(\pi fT)}{(\pi fT)^2}\right] = 0 \rightarrow \frac{\cos(\pi fT)}{\pi fT} = \frac{\sin(\pi fT)}{(\pi fT)^2}$$

$$\tan(\pi fT) = \pi fT$$

解析では解けないので，計算ソフトなどを利用して，$\pi fT = 4.493$ が最小値であることがわかる．この値から，求める帯域幅は $1.43/T$ になる．

(b) 半正弦波

$$S(f) = \frac{2T\cos(\pi fT)}{\pi(1-4f^2T^2)} = 0$$

この式を満たす最小値は $fT = 1.5$ なので，求める帯域幅は $1.5/T$

【prob. 1.8】. prob. 1.6 の信号のそれぞれのエネルギーが等しくなるために半正弦波パルスの振幅はいくらに設定すれば良いか計算せよ.

(a) ランプパルス

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} \left(\frac{2t}{T}\right)^2 dt = \left[\frac{4t^3}{3T^2}\right]_{-T/2}^{T/2} = \frac{4T^3}{24T^2} + \frac{4T^3}{24T^2} = \frac{T}{3}$$

(b) 半正弦波 (振幅 A)

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} Acos(\frac{\pi t}{T})^2 dt = A\int_{-T/2}^{T/2} (1 + 2cos(\frac{2\pi t}{T})dt = \frac{A^2}{2}\left[t + \frac{2\sin(2\pi t/T)}{2\pi/T}\right]_{-T/2}^{T/2} = \frac{A^2 T}{2}$$

エネルギーを同じにするために,

$$\frac{A^2 T}{2} = \frac{T}{3} \rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

第２章 通信システムのモデル

【prob. 2.1】. 式 (2-16) を導出せよ.

$$P(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(u-m)^2/2\sigma^2} du$$

$t = (u-m)/(\sigma\sqrt{2})$ と置くと $dt = du/(\sigma\sqrt{2})$

$$P(x) = \int_{-\infty}^{(x-m)/(\sigma\sqrt{2})} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-t^2} \sigma\sqrt{2} dt$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{(x-m)/(\sigma\sqrt{2})} e^{-t^2} dt$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{0} e^{-t^2} dt + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{(x-m)/(\sigma\sqrt{2})} e^{-t^2} dt$$

第１項に $w = -t$ と置くと

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} e^{-w^2} dw + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{(x-m)/(\sigma\sqrt{2})} e^{-t^2} dt$$

になって，$erf(x)$ と $erfc(x)$ の定義を利用すれば,

$$= \frac{1}{2} erfc(0) + \frac{1}{2} erf\left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} erf\left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

となる．$erfc(x) = 1 - erf(x)$ から

$$P(x) = 1 - \frac{1}{2} erfc\left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

とも書ける.

【prob. 2.2】. Rayleigh 分布の平均値を求めよ.

$$(ただし \int_{0}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$E(X) = \int_{0}^{\infty} x \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/2\sigma^2} dx$$

$u = x/(\sigma\sqrt{2})$ として

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_0^\infty 2u^2 e^{-u^2}\sigma\sqrt{2}du \\ &= 2\sigma\sqrt{2}\int_0^\infty u^2 e^{-u^2}du \\ &= 2\sigma\sqrt{2}\frac{\sqrt{\pi}}{4} = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

【prob. 2.4】. 図 2-8 中の -3[dB], 3[dB] はどのような値を意味するか.

$-3dB = 10^{-0.3} \approx 1/2$, $3dB = 10^{0.3} \approx 2$

【prob. 2.8】. 1[MHz] の正弦波 $v = V\sin(2\pi \times 10^6 t + \theta)$ の帯域幅はいくらか．また，このままの正弦波で情報を伝送できるか.

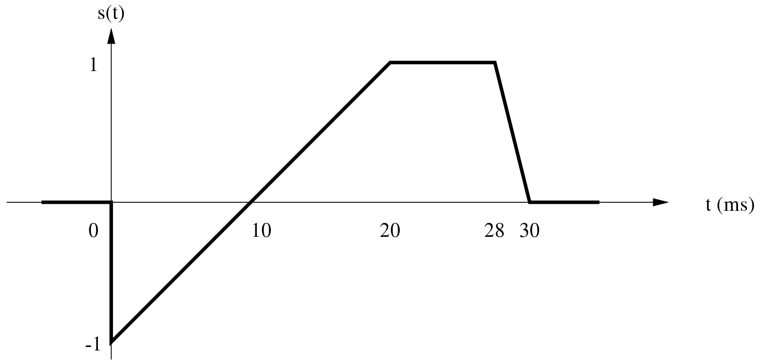
帯域幅は 0．通信路容量の式から $C = 0$ になる．正弦波だけでは，情報を送信できない．波形を考えれば，変化がないので情報はない.

【prob. 2.10】. もし，通信路に雑音が無ければ，通信路容量はどうなるか．数学的，および物理的に考察せよ.

雑音がなければ，S/N が無限大になり，$C = \infty$ になる．つまり，情報はいくらでも送信できる．物理的に考えれば，信号がそのまま受信されるので，歪みなしで通信ができる．つまり，どんなに細かい信号でも送信できる．これは情報量が無限大と同じである.

第３章 アナログ信号のディジタル表現

【prob. 3.1】. 下図の信号をいくつかのパルス変調方式に変換しよう．サンプリング周波数を $200Hz$，信号の振幅の範囲を $[-1:1]$ とする．サンプリングする期間は $0 \le t \le 30ms$ とする.

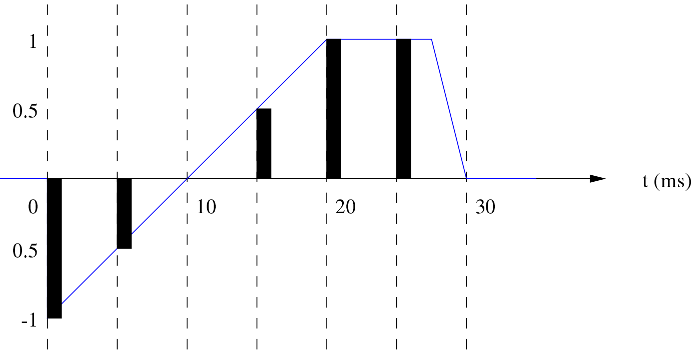


(a) パルス幅を $1ms$ にした時の PAM 波形をなるべく正確に図示しなさい.
(b) パルス幅を $1ms$ にした時の PPM 波形をなるべく正確に図示しなさい.
(c) PWM 波形をなるべく正確に図示しなさい.
(d) 信号を量子化して，3 ビットに変換したときの PCM 波形をなるべく正確に図示しなさい.

サンプリング周波数が $200Hz$ なので，サンプルの周期は $1/200 = 5ms$ になる.

(a) PAM の波形は下図に示す.

(a) PAM

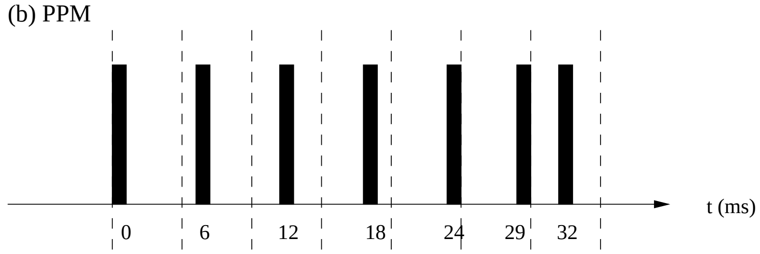


(b) PPM について，パルスの位置は周期の始まりから $5-1=4ms$ までが可能である．振幅の範囲が $[-1,1]$ なので，パルスの振幅を A とすると，それに対する位置は $2(A+1)$ で与えられる．サンプル時点における信号の振幅と PPM パルスの位置は下表に示す．

サンプリング時間	$s(t)$	パルス位置
0	-1	0
5	-0.5	1
10	0	2
15	0.5	3
20	1	4
25	1	4
30	0	2

波形は下図に示す．

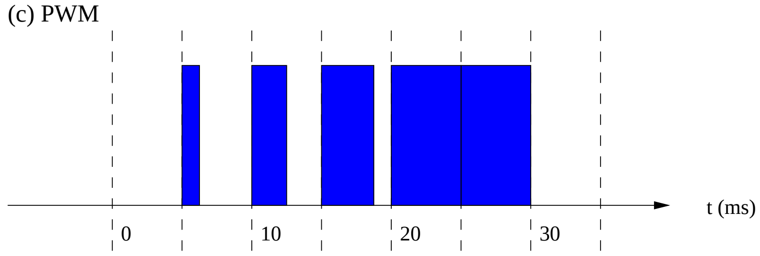
(b) PPM



(c) PWM について，パルスの幅は $0-5ms$ の間が可能である．振幅の範囲が $[-1,1]$ なので，パルスの振幅を A とすると，それに対する幅は $5(W+1)/2$ で与えられる．サンプル時点における信号の振幅と PWM パルスの幅は下表に示す．

サンプリング時間	$s(t)$	パルス幅
0	-1	0
5	-0.5	1.25
10	0	2.5
15	0.5	3.75
20	1	5
25	1	5
30	0	2.5

波形は下図に示す．



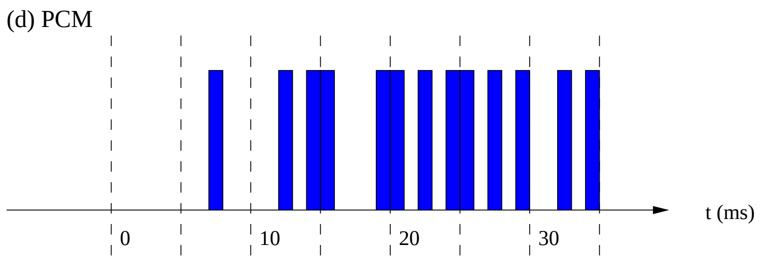
(d) PCM について，1 サンプル 3 ビットを使うので，8 レベルが表現できる．同間隔でレベルを設定すると，下表のようになる．(このようにしなくても良い)

PCM 表現	$s(t)$ の振幅
000	-1
001	-5/7
010	-3/7
011	-1/7
100	1/7
101	3/7
110	5/7
111	1

上記の対応表を使えば，信号の振幅を PCM に変換すると下表のようになる．$s(t) = 0$ は $-1/7$ と 1/7 のちょうど真ん中なので，011 でも 100 でも良い．

サンプリング時間	$s(t)$	PCM 表現
0	-1	000
5	-0.5	010
10	0	011
15	0.5	101
20	1	111
25	1	111
30	0	011

上記の 3 ビットをパルスで表現するが，$1ms$ 幅のパルスを使うとパルスの開始位置を $0, 2, 4ms$ にしても良いし，くっつけても良い．下図では，前者を使用して，波形を示す．



【prob. 3.7】. 白黒テレビの明るさは 128 のレベル数で量子化すれば十分である．いま画面が 300×400 画素から成るものとすると，この白黒テレビ画像の最大情報量はいくらか．また 1 秒間に 30 枚を PCM で送信する場合，最大のパルス幅はいくらか．

- $300 \times 400 \times = 120,000$ ピクセル／画面
- $120,000 \times \times 30 = 3,600,000$ ピクセル／秒
- 128 レベル $\rightarrow$ 7 ビット／ピクセル

- 最大情報量は $3,600,000 \times 7 = 25,200,000$ ビット／秒
- 1 ピクセルの周期は $T = 1/3,600,000 = 0.278\mu s$
- 最大のパルス幅は $T/7 = 39.7ns$

第４章 波形伝送理論

【prob. 4.9】. 伝送特性 $H(f)$ が次のようなガウス形の場合，そのインパルス応答 $h(t)$ もガウス形となる．このような伝送路で ISI を小さくするにはどうすればよいか．また ISI を 0 にすることができるか．

$$H(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{-(2\pi f)^2/4a^2}$$

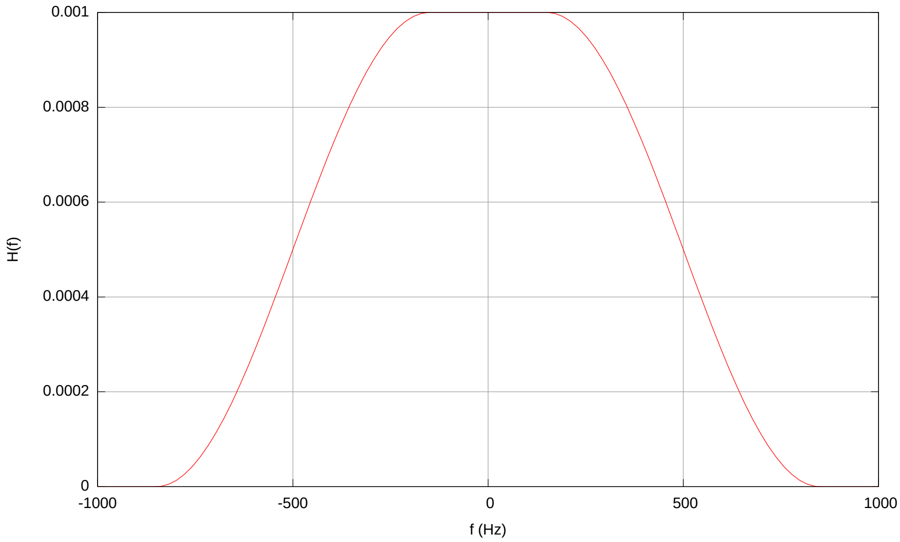
$$h(t) = e^{-t^2/a^2}$$

(a は定数)

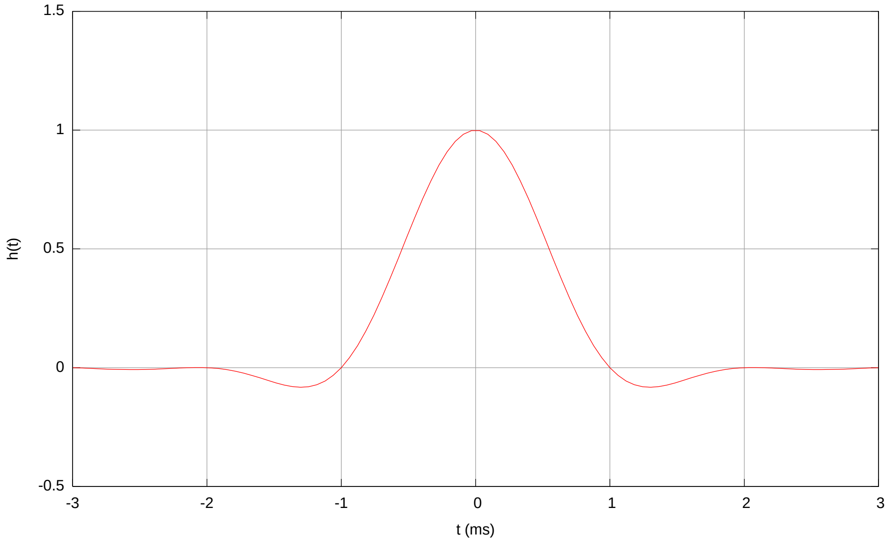
ISI をゼロにする条件は $h(0) = 1$, $h(kT) = 0$．ガウス形のパルスは 0 にならないので ISI をゼロにすることはできないが，定数 a を小さくすることにより，パルス幅が狭くなって，$h(kT)$ が 0 に近づけることができる．

【prob. 4.10】. $T = 1[ms]$ と $\alpha = 0.7$ の場合のコサインロールオフについて

(a) 周波数特性とインパルス応答を求め，プロットせよ．
教科書にある式に $T = 1ms$ と $\alpha = 0.7$ を代入すれば，下図のようになる．
周波数特性



インパルス応答



(b) Nyquist の第 1 基準 (時間信号の基準とスペクトルの基準) の両方満たすことを確認すること．

時間信号の基準

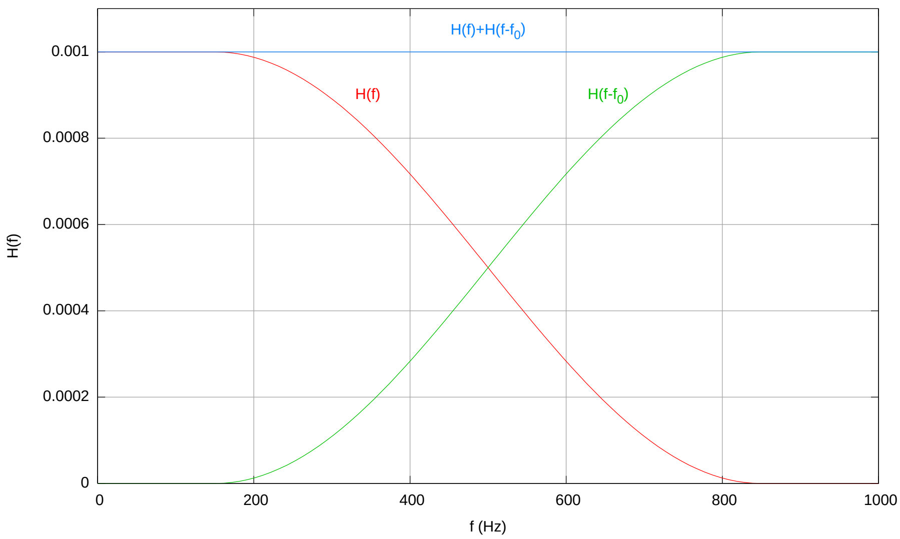
$$h(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm kT \end{cases}$$

$h(0) = 1$ はグラフから明らかで，$h(kT) = 0$ は式からわかる．$h(t)$ の式に $\sin(\pi t/T)$ が含まれていて，$t = kT$ の時，この部分が $\sin(k\pi) = 0$ になる．

スペクトルの基準は

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} H(f - kf_0) = T$$

である．コサインロールオフのパルスをずらして加算するような形になるが，同時に重なるのは 2 つのパルスのみ．式からも証明できるが，二つのパルスとその合計をプロットすれば下図のようになる．このグラフから確かに一定になることがわかる．



【prob. 4.11】. 2 値 $(1, -1)$ PAM 通信にコサインロールオフ波形を使うとする．コサインロールオフ波形が $p(t)$ とすると，振幅が 1 の場合 $p(t)$ を送信し，振幅が -1 の場合 $-p(t)$ を送信する．N ビットのデータを周期 T おきに送信したいので，$p(t)$ または $-p(t)$ を T 秒おきに送信することになる．全体の送信信号は

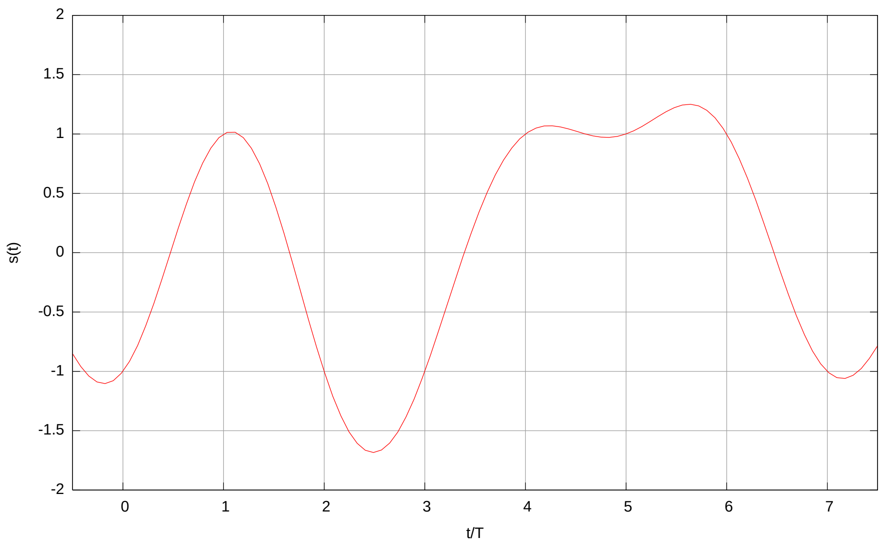
次式となる．

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k p(t - kT)$$

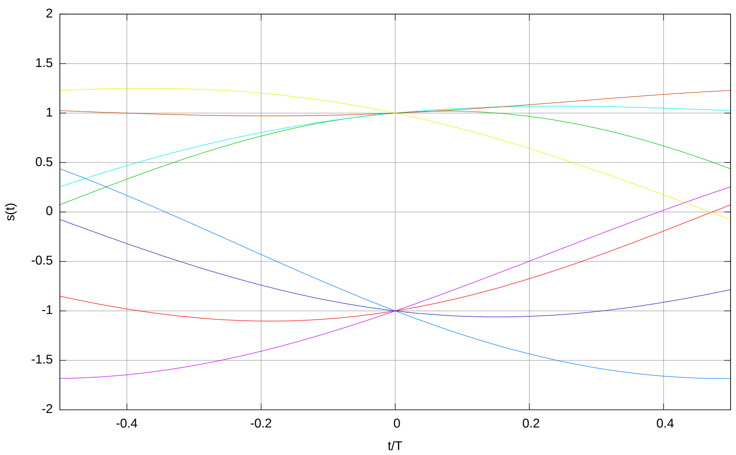
ここで，d_k は k 番目のデータビットである．

(a) $\alpha = 0.25$, $d_k = \{-1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, -1\}$ の場合の送信信号 $s(t)$, $-0.5 \leq t/T \leq 7.5$ をプロットせよ．

下図に示す．



(b) 上記の場合のアイダイアグラムをプロットせよ．



(c) 正しく判定できるために，サンプル時間 $t = kT$ からの最大タイミングずれはいくらか．

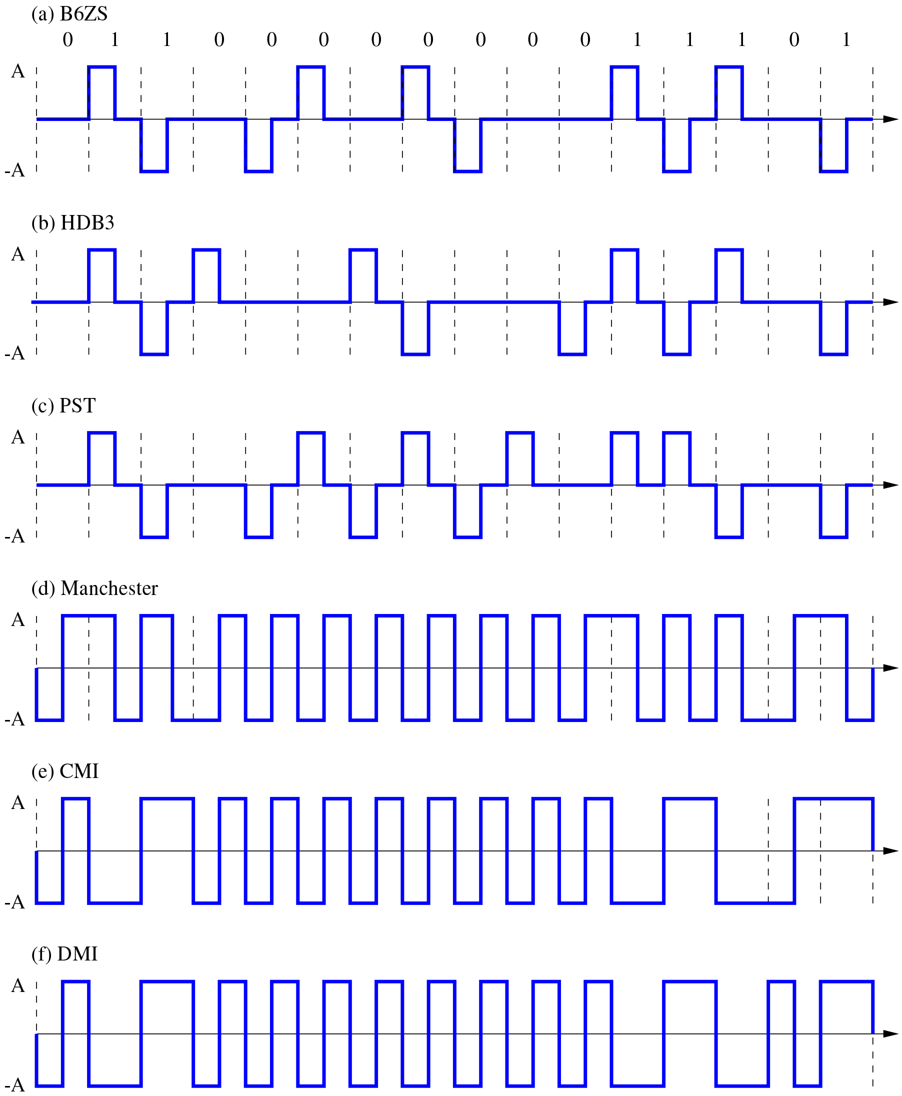
スレッショルドは 0 なので，$s(t) = 0$ におけるアイダイアグラムの幅を計れば良い．上記のプロットからサンプル時点 $(t = 0)$ から $-0.34 \leq t/T \leq 0.38$ の範囲内であればこのデータは正しく判定される．

第 5 章 ベースバンド伝送

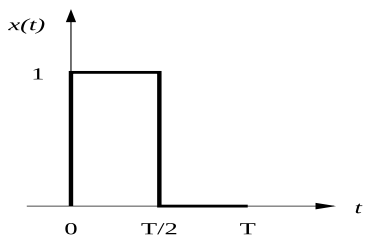
【prob. 5.9】. 送信データが 0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,1 で，下記の伝送符号を使った場合のベースバンド信号をスケッチしなさい．パルスの振幅を A とする．

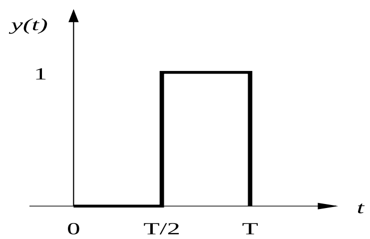
(a) B6ZS (b) HDB3 (c) PST (d) マンチェスター (e) CMI (f) DMI

下図に示す．



【prob. 5.10】. 伝送符号も信号スペースダイアグラムを用いて表現することができる．この場合，制限波ではなく，下図の関数を用いる．

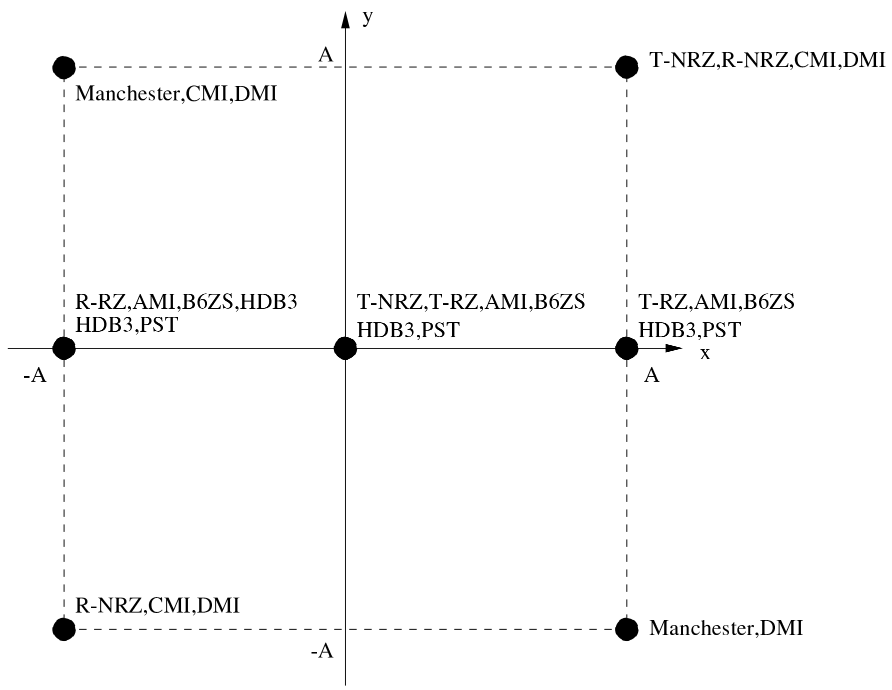




入力データの周期 T ごとに，送信波形が信号スペースダイアグラム上の 1 点に相当することになる．

(a) 一つの信号スペースダイアグラムに，単極 NRZ, 両極 NRZ, 単極 RZ, 両極 RZ, AMI, B6ZS, HDB3, PST, マンチェスター, CMI, DMI の信号点をプロットせよ．

下図に示す．(T-NRZ=単極 NRZ, T-RZ=単極 RZ, R-NRZ=両極 NRZ, R-RZ=両極 RZ)



(b) 信号点同士の距離が離れているほど誤り率が小さくなる．上記の中で誤り率が一番小さい伝送符号はどれか．

マンチェスターと両極 NRZ

【prob. 5.11】. NRZ 信号の誤り率について

(a) 両極 NRZ 信号の誤り率を導出せよ．

単極 NRZ と同じ方法を使うが，$P(Y|X=0)$ の平均値 $-A$ のガウス分布なのでスレッショルドは 0 になる．結果：

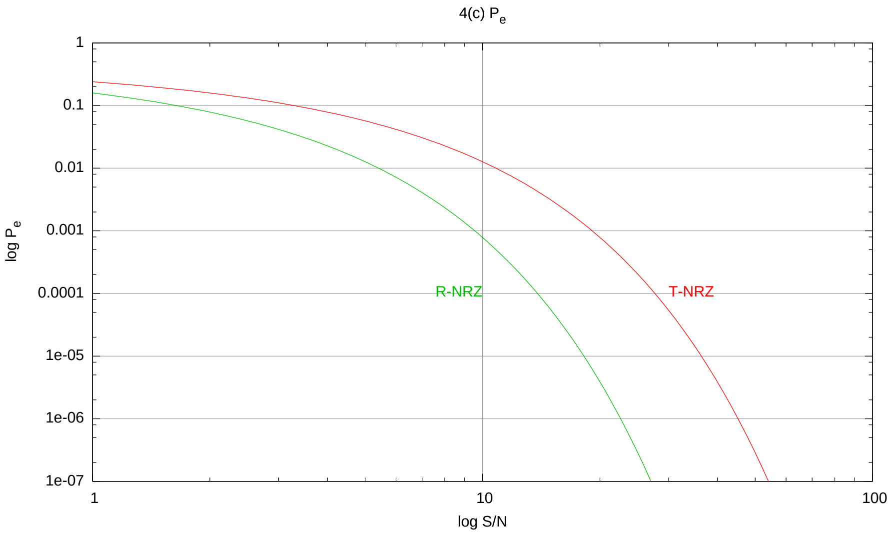
$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{A}{\sigma\sqrt{2}}\right)$$

(b) 単極 NRZ と両極 NRZ の平均送信電力を計算せよ．

単極 NRZ: 0 信号の電力=0, 1 信号の電力=A^2 →平均=$A^2/2$
両極 NRZ: 0 信号の電力=A^2, 1 信号の電力=A^2 →平均=A^2

(c) 単極 NRZ 信号と両極 NRZ 信号の誤り率をプロットせよ．横軸を SN 比 (平均送信電力/σ^2) にし，両対数プロットにすること (それぞれの平均送信電力が異なるので注意).

単極 NRZ: SN 比=$A^2/(2\sigma^2)$, $P_e = 0.5 erfc(\sqrt{SN}/2)$
両極 NRZ: SN 比=A^2/σ^2, $P_e = 0.5 erfc(\sqrt{SN/2})$
プロットは下図に示す.



(d) 単極 NRZ の振幅 $A=3V$ の時，両極 NRZ の振幅をいくらにすれば誤り率が同じになるか計算しなさい．

0 と 1 の信号の間の間隔が等しくなればいいので，両極 NRZ の振幅を $1.5V$ にすればよい．

第６章　搬送波ディジタル伝送

【prob. 6.4】. 図 6-13 の回路に，$\cos 2\pi f_0 t$，または $-\cos 2\pi f_0 t$ のいずれが入力となっても，局部搬送波 $\cos 2\pi f_0 t$ が得られることを示せ．

入力が $\cos(2\pi f_0 t)$ の場合も，$-\cos(2\pi f_0 t)$ でも，２乗器の出力は

$$\cos^2(2\pi f_0 t) = \frac{1+\cos(4\pi f_0 t)}{2}$$

になる．狭帯域フィルタを通すと，DC 成分が消え，$\cos(4\pi f_0 t)$ の部分だけは残る．1/2 分周器を通すと $\cos(2\pi f_0 t)$ の信号が得られ，PLL を通ったあと位相だけが変わるので，希望の搬送波信号が得られる．

【prob. 6.5】. 中心周波数 8[GHz]，伝送レート 16[Mbit/s] の 2 相 PSK システムがある．

(a) 1 タイムスロット (1 [bit]) の長さは何秒か．

1 タイムスロット (ビット) の長さは

$$\frac{1}{16\times 10^6} = 6.25\times 10^{-8} = 62.5ns$$

(b) 1 タイムスロットは搬送波の何波長に相当するか．

搬送波の周期は

$$\frac{1}{8\times 10^9} = 1.25\times 10^{-10} = 0.125ns$$

なので，1 タイムスロット (ビット) は

$$62.5/0.125 = 500$$

500 波長に相当する．

(c) 同じ中心周波数の電波を使い，同じ伝送レートのとき，4 相 PSK，8 相 PSK では，1 タイムスロットは搬送波の何波長に相当するか．

4 相 PSK のタイムスロットは，2 相 PSK の 2 倍になるので，1000 波長に相当する．8 相 PSK のタイムスロットは，2 相 PSK の 3 倍になるので，1500 波長に相当する．