

目次

本書を読む前に (ガイダンス)

viii

第 I 部	有限離散ウェーブレットとフレーム	1
第 1 章	有限長の信号に対する基底の一般論	2
1.	有限長の信号からなる線形空間と演算	2
2.	有限次元線形空間の基底と正規直交基底	10
2.1	基底の定義の意味するところは何であろうか?	12
2.2	展開係数の計算方法は?	12
3.	基底の代表的な例	14
第 2 章	有限離散 1 次元ハール・ウェーブレット基底と多重解像度構造	18
1.	レベル 1 のハール・ウェーブレット基底	18
1.1	レベル 1 のハール・ウェーブレット基底による展開の意味を考える	20
1.2	レベル 2 のハール・ウェーブレット基底	22
1.3	レベル p のハール・ウェーブレット基底	26
2.	ハール・ウェーブレット基底と累積的エネルギー	30
3.	ハール・ウェーブレットの応用例	33
3.1	データ圧縮	33
3.2	ノイズ除去	35
第 3 章	1 次元ハール・ウェーブレット基底とマルチレート・システム	39
1.	マルチレート・システムによる表現	39
1.1	レベル 1	41
1.2	レベル p	43
2.	2 チャネル・フィルタバンクのツリー構造	49
2.1	どのように計算するとよいか (高速アルゴリズム)	55

第 4 章	1 次元ウェーブレット基底の構成のスキーム	58
1.	完全再構成性	59
2.	1 次元ウェーブレット基底の構成の枠組み	72
2.1	ドブシー 2 ウェーブレット基底	77
2.2	双直交ウェーブレットの例	84
3.	多重解像度解析	84
第 5 章	有限長ウェーブレット基底の構成	90
1.	ドブシーの有限長正規直交ウェーブレット基底の構成	90
1.1	計算例	96
2.	双直交ウェーブレット	99
2.1	計算例	100
3.	ウェーブレットのリフティングとバランシング	103
3.1	リフティング	103
3.2	バランシング	108
4.	境界の処理	109
第 6 章	2 次元ウェーブレット	112
1.	2 次元多重解像度分解	113
1.1	レベル 1	113
1.2	レベル 2	118
1.3	レベル p	120
第 7 章	有限離散フレームとフレームレット	123
1.	一般論	123
2.	最大重複ウェーブレット・フレーム (定常ウェーブレット)	129
3.	一般の有限長信号に対する最大重複ウェーブレット・フレーム	139
4.	有限離散ウェーブレット・フレームとフレームレット	141
4.1	完全再構成性	147
5.	フレームのいくつかの例	151
6.	一般化多重解像度解析と有限離散フレームレット	156
7.	2 次元最大重複ウェーブレット・フレーム	163

第 II 部	基底とフレームの一般理論	167
第 8 章	準備：関数解析入門	168
	1. バナッハ空間とヒルベルト空間	168
	2. 線形作用素と線形汎関数	181
第 9 章	基底	191
	1. シェウダー基底	191
	2. 双直交基底	194
	3. 正規直交基底	199
	4. リース基底	205
第 10 章	フレームの一般論	212
	1. 分解作用素と合成作用素	214
	2. 双対フレームとフレームによる展開公式	221
	3. フレーム相関作用素	227
	4. フレーム相関作用素とコヒーレント分布	235
第 III 部	無限離散信号に対するフレームとマルチレート信号処理	239
第 11 章	マルチレート信号処理に使われる演算	240
	1. 準備	240
	2. デシメータとエキスパンダ	247
第 12 章	等間引きフィルタバンクとフレーム	256
	1. 完全再構成等間引きフィルタバンク	256
	1.1 ウェーブレットの例	261
	1.2 方位分離性をもつ完全再構成フィルタの例	262
	2. 等間引きフィルタバンクとフレームの関係	265
第 13 章	ポリフェーズ表現	274
	1. ポリフェーズ分解	274
	1.1 タイプ 1	274
	1.2 タイプ 2	276
	2. 等間引きフィルタバンクのポリフェーズ表現	277

3. 格子上の離散フーリエ変換への応用	281
4. ポリフェーズ行列とフレーム作用素	285
第 14 章 多重解像度分解	292
1. 等間引きフィルタバンクから構成される多重解像度分解	292
2. 最大重複多重解像度分解	294
第 IV 部 連続信号に対するウェーブレット・フレーム	297
第 15 章 連続ウェーブレット変換	298
1. 連続ウェーブレット変換の基本的性質	298
2. アナライジング・ウェーブレットの例	302
3. 連続ウェーブレットの空間周波数窓	307
4. 連続ウェーブレット変換の反転公式	311
5. 時空連続ウェーブレット	316
6. ウェーブレットの離散化	320
第 16 章 一般化多重解像度解析	329
1. 並進系に関する諸性質	330
1.1 準備的な公式	330
1.2 正規直交基底, リース基底およびフレーム	332
2. シフト不変部分空間と Helson-Lax の定理	339
3. 一般化多重解像度解析	351
4. 一般化多重解像度解析から定まる射影作用素	362
第 17 章 正規直交ウェーブレットの構成	365
1. 多重解像度解析からの構成	365
2. ハール・ウェーブレット	372
3. スプライン・ウェーブレット	373
3.1 モーメント条件	379
4. ドブシーのコンパクト台をもつ正規直交ウェーブレット	384
5. 分離的 2 次元ウェーブレット	391
第 18 章 マルチウェーブレット・フレームとフレームレット	392
1. 拡張原理	394

2. ユニタリー拡張原理の証明	397
3. ロン・シェンのフレームレット	411
4. 単純かざぐるまフレームレット	415
付録 A 多重級数	419
付録 B 2乗可積分関数の周波数応答関数	428
付録 C フーリエ変換	430
付録 D 一般の有限長データのウェーブレット解析	432
付録 E 問題の解答	436
付録 F 参考文献とノート	452
索 引	459