

序

ノルム環の発祥地は日本であるともいえる。というのはノルム環は南雲道夫先生の“Lineare metrische Ringe”(1936年)と吉田耕作先生の“Metrical complete ring”(1936年)に端を発しているからである。この両先生以来、日本では幾多の数学者がこのノルム環、Banach環の理論の発展に寄与された。さてノルム環(Banach環)とはノルム空間(Banach空間)であって、かつ同時に環をなしており、その乗法 xy が $\|xy\| \leq \|x\| \cdot \|y\|$ を満たすときにいう(ノルム環はBanach環と同じ意味に用いられることもあるが、ここではノルム環には完備性を入れなくて用いる)。1941年、I. Gelfandは単位元をもつ可換Banach環の構造および表現に関する論文を発表し、その後主としてソ連の学者によって連続関数環や、可換位相群の群環、Fourier解析などへ応用された。また非可換ノルム環に関しては、古くから von Neumann (1929年)によって Hilbert空間の有界な線型作用素の作るノルム環が考えられ、その後、抽象的な非可換ノルム環の研究が盛んに行なわれた。その一つが B^* -環の研究である。また上に述べた von Neumannの研究の後をついで現在も作用素環(von Neumann環、 W^* -環ともいわれる)などの研究が盛んに行なわれている。そしてこれら全体を通じて、わが国で行なわれた研究が非常に貢献している。このようにわれわれにとって密接な関係をもっている“ノルム環”であるが、それに関する邦書はあまり多くはない。ところでどうしたわけか、これらの種々の研究にあまり関係のない私とその1冊を書くことになってしまった。しかし全然関係がないといってしまっては語弊がある。というのは私自身、可換ノルム環の一部である関数環(Function algebra)に興味をもって最近非常な発展を見せているこの分野の紹介をして見たいという希望もっていた。そこへたまたま共立出版のこのシリーズの出版の話が出たので、関数環のことが頭に浮び引き受けることにした。ところが関数環のことを書くためには、可換ノルム環について述べなければならず、また可換ノルム環のことを

書くためには一般のノルム環の様子にも言及しなければならない。そういうわけでは範囲が段々に拡大されていく。そのような老大な内容を200ページあまりにまとめるということは、非力な私にとっては非常な難事である。結局どこかに重点をおかざるを得ないので、それを関数環にとることにした。その結果、作用素環の理論やノルム環の位相群の理論への応用などは割愛しなければならなくなったのは、私自身それらに不案内なせいでもある。

さて関数環のことについては、第4章、第5章でくわしく述べたつもりであるが、関数環とは compact Hausdorff 空間 X 上の複素値連続関数全体の環を $C(X)$ としたとき、 $C(X)$ の閉部分(多元)環で、関数1を含みかつ X の任意の二点を分離するものをいう。場合によっては関数環として、 X を単に1つの集合とし、 X 上の(もちろん連続性を考えない)関数からなる環を考えることもあるが、本書では大体的場合 compact Hausdorff 空間の上の連続関数の環に限って考える。このようにして定義された関数環の研究の真の目的は、関数論における諸定理を位相解析的な方法によって、どのようにして一般化し、また総合的にのおおのものの間に関連性をつけるかを考えることにあると思う。可換ノルム環の一部として、以前から関数論との関連をもっていた関数環ではあるが、1950年ごろからますます関数論との関連性を深め、現在では可換ノルム環の一部としてではなく、それ自身独立した感がある。とくに X を n 次元複素空間 C^n の中の集合におくことにより、多変数関数論との関連性を探ることが行なわれつつあるが、本書ではそこまで触れることはできなかった。関数環には比較的抽象的な一般論と、他のものへの応用がある。一般論といっても、その根底をなすものはやはり関数論における諸性質である。大別して第4章では一般論、第5章では応用面を述べたつもりである。しかしここに挙げた諸定理は、ごく基礎的な範囲のもので、関数環の理論の一端に触れたに過ぎない。最近の結果のいくつかについては第4、第5章の各節の終わりの「注意」または巻末の「補遺」のところで説明しておいた。この第4、5章はこれだけを単独で読むこともできる。

ところでこの共立出版のシリーズは大学学部の高学年および大学院の学生を対象にして編集されている。本書も大体それに合わせて書いたものであるが、予備知識として多少の「位相解析」の定理が必要となる。本書の初めにこれら

の定理を証明しておくべきであったかも知れないが、頁数などの都合上、よく用いられるいくつかの定理を列挙し、その証明が記載されている書物をあげるにとどめた。また「補遺」の中にも、いくつかの参考になる書物を挙げておいた。最近「位相解析」または「関数解析」の非常によい書物が多く出ているので、それらにより勉強されたい。

最後に申し述べたいことは、本書はノルム環について勉強しようという読者にノルム環とはどのようなものかを知らせ、それに興味をもたせる目的で書かれた、いわば啓蒙書のようなものである。1人でも2人でもこれによって興味をもつ人が出てくれば本書の目的は達せられたことになる。そういう方々には巻末にあげた書物や論文を読まれることをおすすめしたい。

本書の執筆をすすめて下さった一松先生始め編集委員の方々、出版に際しいろいろ御世話下さった共立出版株式会社の皆さんに感謝の意を表したい。

昭和 44 年 4 月

著 者