

## 序 文

イデアル論を扱った教科書としては、既にいくつもの好著が刊行されている。しかし、どちらかといえば、かなり程度の高い本格的な本が多いようで、気楽に読める入門書というのは案外少ないように思われる。

しかし、近年、イデアル論と関連のある分野がいろいろとふえてくるにつれて、イデアル論に関心をもたれる方が、イデアル論を専門的に勉強される方以外にも、かなり多くなってきたように思われる。それらの方々に対してイデアル論をなるべく取り付きやすいものにしたいというのが本書の目的の一つである。そしてさらに、これからもっと本格的にイデアル論を学ぼうとされているの方々には、本格的にイデアル論と取り組む前の足ならしとして本書を利用していただきたいと思う。そういったことに多少は役に立つようなものでありたい、これもまた本書の目的の一つである。そういったわけで、本書を、できるだけ予備知識のいらない、誰でも気楽に読めるようなものにしたいと思い、努力したつもりである。

本書を読まれるについての予備知識として、特別なものは何も必要としないはずである。代数学の初歩、すなわち群・環・体についてごく普通の基礎知識のある人なら、誰でも読めるようにと工夫したつもりである。大体、学部の3~4年生が読まれる場合を想定して筆をとった。

次に、本書の内容について一言したい。

本書の題名を「イデアル論入門」としたが、扱っているのは主として可換環におけるイデアル論の入門である。非可換環におけるイデアルについては、その定義を与える程度にとどまり、それ以上のことにはほとんど触れなかった。

可換環におけるイデアル論と一口にいても、それに対する関心の持ち方にはいろいろある。このことは、イデアル論と関連をもつ分野が、整数論、代数幾何学、ホモロジー代数など、多岐にわたっていることからいっても当然であろう。したがって、イデアル論への入門といっても、

いろいろな立場に立っての入門書がありうる。本書においては、このうち特に、代数幾何学との関連を意識しながらイデアル論を学んでいくという立場をとることにした。イデアル論のうちのかなりの部分が代数幾何学との関連のもとに発達してきたことは事実であるし、そして、こういった行き方が入門書としては割合自然なのではないかと思ったからである。体の上の多項式環の性質を調べるのにかなりのページをさいたことも、第6章において代数的集合などについて多少のことを述べることにしたのも、また同じ考えからである。

本書は入門書であり、またページ数にも限りがあるので、イデアル論全般にわたっての網羅的な記述をするということは、もちろん、とうてい不可能であった。このため、当然含まれていてよいようなものであっても、割愛しなければいけなかったものがかなりある。たとえば、付値論についてなど、少し触れたほうがよかったと思うが、残念ながらあきらめなければならなかった。その他、重要なことで、しかも本書からもれているものが数多くあるが、いずれも上記のごとき事情で止むをえなかったことであり、その点読者の御了承を乞うしだいである。

おわりに、本書を執筆するに際して、いろいろと御助力を賜った方々に対して心からの感謝の意を表したいと思う。特に、出版社の方々には、いろんな点で御迷惑もおかけしたし、また大変お世話にもなった。改めて深く感謝申し上げたい。

昭和 45 年 2 月

著 者

## 凡 例

本書においては、記号は大体慣用に従って用いた。そのうちのいくつかを念のため次に列挙する。

$\{x | \dots\dots\dots\}$  : 点線の欄に記載されている条件を満足するような元  $x$  の集合を意味する。

$A \supset B$  : 集合  $B$  が集合  $A$  の部分集合なることを意味する。もちろん  $A \supset A$  である。

$A \supsetneq B$  :  $A \supset B$  かつ  $A \neq B$  なること、すなわち集合  $B$  が集合  $A$  の真部分集合なることを意味する。

$\phi$  : 空集合を意味する。

$1, 2, \dots, \hat{i}, \dots, n$  : 数列  $1, 2, \dots, n$  から途中の  $i$  を除いたもの、すなわち  $1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n$  を意味する。

$\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$  : 特にことわらない限り、有理整数全体の集合、有理数全体の集合、実数全体の集合、複素数全体の集合をそれぞれ意味する。

なお、本書においては、イデアルを表わすには原則としてドイツ文字を用いることにした。