

# 目 次

|  |           |
|--|-----------|
| <b>第 1 章 導入</b>                          | <b>1</b>  |
| 1.1 乱択アルゴリズムの基本的な考え方 . . . . .           | 1         |
| 1.2 乱数の効用 . . . . .                      | 6         |
| 1.2.1 乱択アルゴリズムが効果を持つ例 . . . . .          | 7         |
| 1.2.2 乱択アルゴリズムと決定性アルゴリズム . . . . .       | 7         |
| 1.2.3 乱択アルゴリズムが効果を持つその他の例 . . . . .      | 10        |
| 1.3 乱択アルゴリズムの分類 . . . . .                | 11        |
| 1.3.1 ラスベガスアルゴリズムとモンテカルロアルゴリズム . . . . . | 12        |
| 1.3.2 乱数利用のパターンによる分類 . . . . .           | 12        |
| 1.4 数学とアルゴリズムの基礎 . . . . .               | 15        |
| 1.5 確率的解析のための準備 . . . . .                | 16        |
| 1.5.1 標本空間と確率空間 . . . . .                | 16        |
| 1.5.2 事象 . . . . .                       | 17        |
| 1.5.3 事象の独立性と条件付き確率 . . . . .            | 18        |
| 1.5.4 確率変数 . . . . .                     | 20        |
| 1.5.5 確率変数の期待値 . . . . .                 | 21        |
| 1.5.6 2 項分布と幾何分布 . . . . .               | 22        |
| 1.5.7 末端確率 . . . . .                     | 24        |
| <b>第 2 章 平均化効果を利用する乱択アルゴリズム</b>          | <b>29</b> |
| 2.1 クイックソート . . . . .                    | 29        |
| 2.2 乱択逐次構成法：2 次元の凸包 . . . . .            | 37        |

|              |                               |            |
|--------------|-------------------------------|------------|
| 2.3          | 低次元の線形計画法                     | 40         |
| 2.4          | LP 型問題                        | 46         |
| <b>第 3 章</b> | <b>標本乱択を利用するアルゴリズム</b>        | <b>59</b>  |
| 3.1          | 部分集合の大きさ                      | 59         |
| 3.2          | $k$ 番目の値                      | 62         |
| 3.3          | $\epsilon$ 標本と $\epsilon$ 網   | 65         |
| 3.4          | 最小全域木問題の線形時間アルゴリズム            | 76         |
| 3.5          | 標本乱択を利用した近似アルゴリズム：密なグラフの最大カット | 81         |
| <b>第 4 章</b> | <b>くじ引き型のアルゴリズム</b>           | <b>89</b>  |
| 4.1          | 素数性判定の乱択アルゴリズム                | 89         |
| 4.2          | 関数の同一性の検証                     | 93         |
| 4.3          | 成功確率の増幅                       | 97         |
| <b>第 5 章</b> | <b>その他の種類の乱択アルゴリズム</b>        | <b>103</b> |
| 5.1          | 制約のランダムな充足をはかるアルゴリズム          | 103        |
| 5.1.1        | MAXSAT                        | 103        |
| 5.1.2        | 大域丸め                          | 108        |
| 5.1.3        | 画素ごとの独立な乱択丸め                  | 110        |
| 5.1.4        | 大域乱択丸め                        | 115        |
| 5.2          | 乱歩を利用するアルゴリズム                 | 124        |
| <b>第 6 章</b> | <b>マルコフ連鎖を用いた標本乱択</b>         | <b>131</b> |
| 6.1          | 計数問題の近似アルゴリズム：標本乱択の応用         | 131        |
| 6.1.1        | グラフの $k$ 彩色の個数                | 132        |
| 6.1.2        | マッチングの個数とパーマネントの近似            | 133        |
| 6.2          | マルコフ連鎖の基礎                     | 138        |
| 6.3          | 標本乱択のためのマルコフ連鎖の設計             | 141        |
| 6.4          | 定常分布への収束の速さ                   | 145        |
| 6.4.1        | 固有値と混合時間                      | 146        |

|              |   |            |
|--------------|---|------------|
| 6.4.2        | 伝導度 . . . . .                               | 149        |
| 6.4.3        | 正準経路 . . . . .                              | 150        |
| 6.4.4        | 分布連結 . . . . .                              | 158        |
| 6.4.5        | 経路連結 . . . . .                              | 166        |
| 6.5          | 厳密な標本乱択 . . . . .                           | 169        |
| 6.5.1        | 遷移関数による分布連結 . . . . .                       | 170        |
| 6.5.2        | 過去からの連結 . . . . .                           | 173        |
| 6.5.3        | 単調 CFTP . . . . .                           | 174        |
| 6.5.4        | 単調 CFTP の応用 . . . . .                       | 175        |
| <b>第 7 章</b> | <b>脱乱択化</b>                                 | <b>189</b> |
| 7.1          | 条件付き確率の方法 . . . . .                         | 189        |
| 7.1.1        | MAXSAT に対する素朴な乱択近似アルゴリズムの脱乱<br>択化 . . . . . | 192        |
| 7.1.2        | 行列要素のバランスした 2 彩色 . . . . .                  | 192        |
| 7.2          | 確率空間の縮小 . . . . .                           | 199        |
|              | <b>練習問題の解答</b>                              | <b>205</b> |
|              | <b>参考文献</b>                                 | <b>217</b> |
|              | <b>索 引</b>                                  | <b>225</b> |