

第1章 数学的準備 —— トレース型作用素と ヒルベルト–シュミット型作用素 1

1.1	トレース型作用素	1
1.2	コンパクト作用素の空間の双対空間	19
1.3	ヒルベルト–シュミット型作用素	22
	ノート	29
	関連図書	29

第2章 *代数と表現 31

2.1	*代数	31
2.2	*代数上の状態	38
2.3	不確定性関係	44
2.4	*表現	46
2.5	ゲルファント–ナイマルク–シーガル (GNS) 表現	49
2.6	状態の対称性	53
	ノート	55
	関連図書	55

第3章 C^* 代数 57

3.1	定義と例	57
3.2	単位元の追加	60
3.3	フォン・ノイマン代数	63
3.4	レゾルヴェント集合とスペクトル	67
3.5	正の元	72
3.6	順序関係	78

3.7	C^* 代数の間の $*$ 準同型写像の性質	79
3.8	C^* 代数上の正值線形汎関数	80
3.9	正規状態	81
3.10	$\mathfrak{K}_1(\mathcal{H})$ を含む作用素 C^* 代数上の状態	84
3.11	既約性	85
3.12	C^* 代数の GNS 表現	87
3.13	C^* 代数の表現定理	90
3.14	正規状態の対称性	93
	ノート	94
	関連図書	95

第4章 代数的量子力学 97

4.1	はじめに	97
4.2	公理系	98
4.3	対称性	103
4.4	ヒルベルト–シュミット空間上での GNS 表現	104
4.5	時間発展とリウヴィリアン	107
4.6	リウヴィリアンの作用	110
4.7	$\mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$ 上での表現	114
4.8	H のスペクトルが純離散的である場合のリウヴィリアン	120
	ノート	122
	関連図書	123

第5章 量子的多体系の一般的構造 125

5.1	同種の量子的粒子の統計	125
5.2	ハミルトニアン	131
5.3	簡約ハミルトニアンのスペクトル	132
5.4	無限粒子系への拡張——フォック空間	134
5.5	フォック空間上での群のユニタリ表現	138
5.6	ゲージ不変性 (対称性)	140
	ノート	142
	関連図書	142

第6章	\mathbb{R}^dの有界領域における量子的多体系	143
6.1	1粒子の状態のヒルベルト空間	143
6.2	$\ell^2(\Gamma_L^d)$ 上の掛け算作用素	146
6.3	運動量作用素	148
6.4	偏微分作用素とラプラシアン	150
6.5	1個の自由粒子のハミルトニアン	152
6.6	N 粒子系	154
6.7	内部自由度がある場合	158
	ノート	159
	関連図書	160
第7章	有界系の量子統計力学	161
7.1	有界系	161
7.2	例	165
7.3	平衡状態の性質	172
7.4	時間相関関数	178
7.5	時間相関関数の解析接続	179
7.6	テンソル積表現	184
7.7	フォック空間上の有界系のゲージ不変性	186
7.8	エントロピーと変分原理	189
7.9	絶対温度0の極限	196
	ノート	198
	関連図書	199
第8章	理想ボース気体 —— 一般論	201
8.1	ボソンフォック空間上の第2量子化作用素が生成する熱半群のトレース	201
8.2	ミクロカノニカル状態	203
8.3	グランドカノニカル状態	204
8.4	ボソンの生成・消滅作用素および個数作用素との関係	206
8.5	CCRの表現——非有界CCR代数	212
8.6	グランドカノニカル状態の拡張	214
8.7	粒子数のグランドカノニカル平均	219
8.8	ボースーアインシュタイン分布	220

8.9	ボース場の n 点関数	221
8.10	シーガルの場の作用素とヴァイル代数	224
8.11	ヴァイル代数上の状態としてのグランドカノニカル状態	231
8.12	準自由状態	234
8.13	一般の状態における n 点関数と局所密度作用素	235
8.14	局所密度	238
8.15	荒木-ウッズ表現	241
	ノート	249
	関連図書	251

第9章 自由ボース気体 (I) 253

9.1	大分配関数と圧力	253
9.2	無限体積極限に関する一般公式	255
9.3	圧力の無限体積極限	260
9.4	粒子数密度の無限体積極限	261
9.5	状態方程式	264
9.6	$E = E_{NR}$ の場合における無限体積極限の圧力と粒子数密度	268
9.7	光子気体の場合	272
9.8	ボース-アインシュタイン凝縮	274
	ノート	286
	関連図書	287

第10章 自由ボース気体 (II) 289

10.1	グランドカノニカル状態の無限体積極限	289
10.2	時間的クラスター性	292
10.3	空間的クラスター性	293
10.4	無限空間上の自由ボース気体の理論	295
10.5	粒子数密度が一定の場合の無限体積極限	298
	ノート	312
	関連図書	313

第 11 章 理想フェルミ気体	315
11.1 グランドカノニカル状態	315
11.2 フェルミオンの生成・消滅作用素	317
11.3 グランドカノニカル平均	320
11.4 フェルミーディラック分布	321
ノート	322
関連図書	322
第 12 章 平衡状態の特徴付けと緩和現象	323
12.1 久保-マーティン-シュヴィンガー条件	323
12.2 弱められた KMS 条件	325
12.3 KMS 状態の時間並進対称性	329
12.4 KMS 状態の性質	330
12.5 KMS 状態の GNS 表現	336
12.6 平衡状態への緩和	339
12.7 理想ボース気体系における平衡状態への緩和	342
12.8 モデューラ-作用素とモデューラ-共役作用素——富田-竹崎理論との接続 ...	345
ノート	348
関連図書	349
付録 A コンパクト作用素	351
A.1 定義と基本的性質	351
A.2 スペクトル	353
A.3 コンパクト作用素の表示	353
付録 B 反線形作用素の理論	355
索引	359