

目 次

第 1 章 算術の基本定理	1
1.1 準備	2
1.2 約数と倍数	4
1.3 \mathbb{Z} のイデアル	7
1.4 素因数分解の一意性	13
1.5 p 進付値	17
1.6 ユークリッドの互除法	22
1.7 ピタゴラス数	27
第 2 章 整数の合同	33
2.1 合同式	34
2.2 フェルマーの小定理	39
2.3 オイラーの定理	42
2.4 原始根	47
2.5 整数の剰余類	55
2.6 既約剰余類群	61
第 3 章 平方剰余の相互法則	67
3.1 ルジャンドル記号	68
3.2 ヤコビ記号	73
3.3 ガウス和	77

3.4	平方剰余の相互法則の証明	81
第4章	2次体の整数環	87
4.1	2次体	88
4.2	2次体の整数環	95
4.3	2次体の整数環における整除	100
4.4	2次体の整数環における合同	104
4.5	2次体の単数群	109
4.6	フィボナッチ数列の周期性	116
第5章	2次体における素因数分解	121
5.1	2次体の素数	122
5.2	イデアル	126
5.3	ユークリッド整域とPID	133
5.4	PIDとUFD	141
5.5	UFDにおける有理素数の素因数分解	145
5.6	ヤコブスタール和	152
5.7	$x^3 + y^3 = z^3$ と $x^4 + y^4 = z^4$ の整数解	155
第6章	2次体における素イデアル分解	161
6.1	イデアルの演算	162
6.2	イデアルのノルム	167
6.3	イデアルによる剰余環	174
6.4	素イデアル分解	177
6.5	有理素数の素イデアル分解	183
第7章	イデアル類群とその応用	189
7.1	イデアル類群	190
7.2	オイラーの多項式 $x^2 + x + 41$	196

7.3	$y^2 = x^3 - a$ の整数解	201
7.4	$a^2 + nb^2$ の形の素数	206
第8章	付録	213
8.1	群論の簡単な復習	214
8.2	環論の基本事項	217
問題略解		223
参考文献		233
索引		235