

はじめに

ある小説¹⁾ではルート君が登場する。ルートと言えど誰しも根号を連想するから小説として成立するのである。だから $\sqrt{2}$ が2の平方根を表すことは現代では常識と言ってよい。しかし、平方根を表す記号 $\sqrt{\quad}$ は根号²⁾と呼ばれるが、根号は木の根(ね)に由来し、古代の数学者³⁾がすでに使っていた用語であることはあまり知られていない。

表面に出ている2を木とみると、 $\sqrt{2}$ は隠れているからその根にあたる。平方根の他に立方根もあるが一般に方程式の解も根と呼ばれるようになった。方程式を木と見立てて現実に見える木の形から隠れた根を探す操作を方程式を解くことと考えたのである。

一般の3次方程式の根についてはギャンプラーであり医師で数学者でもあったカルダノ(Geronimo Cardano, イタリア, 1501-1576)の名前のついた公式が知られている。虚数もその頃カルダノによって命名され、秘やかに登場したのである。一般4次方程式の解法は、より複雑ではあるが同時代に知られていた。しかし一般の5次方程式の根の公式を探す問題はきわめて難しく、ガウス

1) 小川洋子 著『博士の愛した数式』(新潮社, 2003)。

2) 英語では root, ドイツ語では Wurzel, とともに根の意味。

3) 古代インドで使われた(室井氏による); Britanica によると9世紀にアラブの学者が使いヨーロッパに伝えられた。



図 0-1 アーベル, Niels Henrik Abel, 1802-1829;
ノルウェーの数学者.

ですら解けなかった. その難問を 20 歳を過ぎたばかりの青年アーベルが, べき根による根の公式は存在しないことを証明して, この難問は予想せぬ形で解決された. このことは近代代数学発展の契機となった.

アーベルは 27 にもならない若さで結核のため亡くなり, 悲劇の数学者として歴史に記憶される存在になった. 2002 年, 母国ノルウェイは彼の生誕 200 年を記念して数学者を顕彰するアーベル賞を創設するに至った. アーベルは四則演算のできる集合 (体) を基礎においた理論を作り, 5 次方程式のべき根による根の公式の不存在を示すことに成功したのである.

本書はアーベルの方程式論の根幹を紹介することを目的に近代代数学の中核である体の理論を展開する. シリーズの趣旨に従いテーマを絞り込み, ページを抑え読みやすさを優先させた. そのためガロア理論は本シリーズにある木村俊一著『ガロア理論』に委ねた.

本書の草稿は 2010 年度冬学期に行った学習院大学理学部での講

義をもとに書かれた。草稿を精読し助言をくれた名和田雅子さん、
染山大介さん、熱心に聴講してくれた学生諸君に謝意を表す。ま
た、数学ライター中村亨さんは最終稿を緻密に読み、貴重な助言を
いくつも下さった。厚く感謝する次第である。

2012年12月

飯高 茂