

# まえがき

本書は、意欲的な読者に微分積分学のおもしろさを提供したいとの思いで書いた。教科書としても使えるように基礎的な部分を一通りカバーするとともに、興味深い例や応用を随所に盛り込んだ。記述はできるだけ丁寧にし、高校における学習との連繋も考慮した。読者としては、数学科の学生をはじめ、将来数学の研究、教育、応用に関わることを目指す学生、数学をよく使う分野へ進もうとする学生、クラスでの授業内容を越えて微分積分学を勉強してみたい学生、社会にあつて数学が好きな人等を想定している。

記述の丁寧さを保つ一方で大部の本になることを避けるために、扱う内容については十分に吟味した。本書の特徴をいくつか挙げておこう。いわゆる  $\varepsilon$ - $\delta$  論法は、必要などころでは正面から扱う。そのためにも、日本語で論理を展開するときに注意すべきことを第1章で述べた。使われる言い回しにさえ慣れれば、 $\varepsilon$ - $\delta$  論法は決して難しいものではない。戸惑いを感じる初学者が多いのは、高校までの「…を求める」形式とは違って、 $\varepsilon$  に対して選ぶ  $\delta$  は条件こそあれ状況に応じて自分が決めるものであり、選び方は一通りではないという点によると思われる。しかしその戸惑いさえ払拭できれば、 $\varepsilon$ - $\delta$  論法というのは、ある日突然に理解がやってくるという類いのものである。

さて、本書では実数の連続性の抛り所を Dedekind の切断に置いている。微分積分学の出発点とする実数の連続性を表す性質はいくつかあるが、連続なので切れ目（切断）を入れることができないという素朴さこそが、最も直感に合致すると考えての選択である。ただし、実数も「構成すべきもの」と捉えて切断により実数を定義する、ということは本書では扱っていない。

次に、無限大や無限小の比較には力を入れた。とくに無限小の比較においては、Taylor の定理を通じて、単項式を比較の基準とする。高校で学習している有効数字の桁数のイメージと重ね合わせることで、学生諸君は無限小の比較をよく理解することを筆者は経験してきた。関数の漸近的な振る舞いを把握することで、極限や広義積分における収束・発散の議論の見通し等がよくなり、知ることができる内容も大幅に増える。

さらに多変数関数の微分の章では、線型代数学における用語を積極的に使った。線型代数学の力を少しだけ借りることで、様々な所で1変数関数の場合との類似性が高まり、概念的にも整理が容易になり、理解が深まるであろう。そしてまた、多変数関数の微分で概念や用語が使われることが、逆に線型代数学を学ぶ強い動機にもなるはずである。

数学の学習では、演習問題を解くことで理解を深めていくことが大切である。本書では演習価値の高い問題や興味深い問題を選び、本文中の関連する場所に置いた。本文の内容を補足する問題もあるし、あとの定理の証明などで結論が引用される問題もある。そのこともあって、演習問題の解答はなるべく丁寧に書いた。解答のページ数は40近くある。したがって、自習用の演習書としても本書は活用できるであろう。中には難しい問題や計算量の多い問題もあるので、そのような問題が自力で解けなくても悲観する必要は全くない。書かれてある解答を検討することで、問題解決に使われたアイデアや工夫を自分のものにすることができるはずである。

また、よく知られた定理でも、数学の雑誌、とくに American Mathematical Monthly 等に掲載された証明で興味深いものは積極的に取り入れた。すでに微分積分学を学習した人にも新たな発見があって、本書を楽しむことができるであろう。そこで使われたアイデア等がまだ十分に共有財産化されていないと思われる場合、著述における良心として、出典を明示することにした。参考文献のリストにある論文や論説はそのことによるものである。

なお、本書は微分積分学を楽しむという立場であり、微分積分学を構築しようとはしていないことをお断りしておこう。本書のタイトルに「講義」という文字が入っているのはそのためでもある。また級数を体系的に扱うことは断念した。複素関数論の入り口のところで、学習されることを望んでいる。

本書がほぼできあがった時点で、同僚の落合啓之氏は通読されて多岐にわたる大変有益なコメントを下された。同氏のコメントにより、筆者の独りよがりのかかなりの部分が改善されたと思う。多忙な中、本書のために時間を割いて下さった落合氏にこの場を借りて心よりお礼を申し上げたい。大学院生の中島秀斗氏からも、若い人の視点で多くのコメントをいただいた。中島氏にもお礼を申し上げる。また熱心に授業を受けて筆者を支えてくれた多くの学生諸君にも感謝したい。最後に、共立出版の寿日出男氏と日比野元氏には終始お世話になり、激励の言葉もいただいた。両氏に感謝の意を表するとともに、筆者の還暦の年に本書が世に出る巡り合わせを喜ぶたいと思う。

2013年9月

野村隆昭