

# 目 次

<b>第 1 章 数理モデルと偏微分方程式</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに—微分方程式と近似解法 . . . . .	1
1.1.1 有限要素法とは . . . . .	2
1.2 ポアソン方程式と熱方程式 . . . . .	9
1.2.1 弱形式 . . . . .	10
1.2.2 リングに張る石鹸膜 . . . . .	11
1.2.3 静電学 . . . . .	12
1.2.4 熱方程式 . . . . .	14
1.3 連続体力学概論 . . . . .	18
1.3.1 応力と歪 . . . . .	18
1.3.2 運動方程式 . . . . .	22
<b>第 2 章 FreeFem++による有限要素解析の入門</b>	<b>27</b>
2.1 有限要素法入門 . . . . .	27
2.1.1 リングに張る石鹸膜問題 . . . . .	28
2.2 メッシュ . . . . .	32
2.2.1 2次元領域のメッシュ生成 . . . . .	32
2.3 有限要素空間 . . . . .	39
2.3.1 P0 要素 . . . . .	40
2.3.2 P1 要素 . . . . .	42
2.3.3 P2 要素 . . . . .	44

2.4	弱形式と剛性行列 . . . . .	45
2.4.1	problem でのオプション . . . . .	48
2.5	連立方程式を解く . . . . .	49
2.6	解の評価 . . . . .	51
2.6.1	数値可視化 . . . . .	52
2.6.2	文字による情報 . . . . .	56
2.6.3	アクティブメッシュ法 . . . . .	60
2.6.4	ファイルへの出力-熱方程式を例に . . . . .	62
2.6.5	medit . . . . .	67
<b>第 3 章 FreeFem++による高度な有限要素解析</b>		<b>69</b>
3.1	メッシュ分割 . . . . .	69
3.1.1	2次元メッシュ . . . . .	69
3.1.2	アダプティブメッシュ . . . . .	73
3.1.3	3次元領域の四面体分割 . . . . .	82
3.2	有限要素空間 . . . . .	89
3.2.1	2次元メッシュでの有限要素空間 . . . . .	89
3.2.2	3次元メッシュでの有限要素空間 . . . . .	94
3.3	異なる三角形分割での関数補完 . . . . .	97
3.3.1	誤差評価への応用 . . . . .	98
3.3.2	関数の拡張 . . . . .	100
3.3.3	領域分割法への利用 . . . . .	101
3.3.4	ズームングテクニック . . . . .	104
3.4	変分法と行列 . . . . .	107
3.5	固有値問題 . . . . .	110
<b>第 4 章 FreeFem++による連続体力学</b>		<b>115</b>
4.1	ベクトル解析 . . . . .	115
4.2	固体力学 . . . . .	119

4.2.1	弾性板 . . . . .	119
4.2.2	形状最適化問題 . . . . .	123
4.3	流体力学 . . . . .	135
4.3.1	特性曲線有限要素近似 . . . . .	136
4.3.2	ストークス問題 . . . . .	139
4.3.3	ナビエ・ストークス方程式 . . . . .	141
4.3.4	レイリー・ベナル対流 . . . . .	151
<b>第5章 FreeFem++による反応拡散問題の計算</b>		<b>159</b>
5.1	反応拡散方程式から現れるパターン . . . . .	159
5.1.1	反応を伴う拡散方程式 . . . . .	159
5.1.2	チューリングの拡散不安定性 . . . . .	165
5.1.3	パターンの形成—Activator-Inhibitor モデル— . . . . .	167
5.1.4	パターンの生成・消滅—Gray-Scott モデル— . . . . .	179
5.1.5	フェーズフィールドモデルと Allen-Cahn 方程式 . . . . .	180
5.2	パターン形成のシミュレーションとアダプティブメッシュ . . . . .	183
5.3	3次元でのパターン形成 . . . . .	188
<b>第6章 数学ノート</b>		<b>195</b>
6.1	ソボレフ空間と誤差評価 . . . . .	195
6.1.1	ルベーグ積分・超関数 . . . . .	196
6.1.2	ソボレフ空間 . . . . .	200
6.1.3	解の存在と滑らかさ . . . . .	204
6.1.4	弾性方程式の解の存在 . . . . .	211
6.2	空間有限要素時間差分の数学理論 . . . . .	212
6.3	混合型有限要素近似 . . . . .	215
6.3.1	ストークス問題 . . . . .	215

<b>付録 A プログラム仕様</b>	<i>223</i>
A.1 基本事項 . . . . .	<i>223</i>
A.1.1 数学関数 . . . . .	<i>224</i>
A.1.2 ベクトルと行列 . . . . .	<i>225</i>
A.2 メッシュ . . . . .	<i>226</i>
A.3 有限要素空間 . . . . .	<i>227</i>
A.4 弱形式 . . . . .	<i>228</i>
A.5 流れ制御・入出力 . . . . .	<i>230</i>
A.5.1 流れ制御 . . . . .	<i>230</i>
A.5.2 入出力 . . . . .	<i>230</i>
FreeFem++コマンド一覧 . . . . .	<i>232</i>
<b>付録 B FreeFem++の関連情報</b>	<i>235</i>
<b>参考文献</b>	<i>237</i>
<b>索 引</b>	<i>241</i>