

まえがき

自然界には、さまざまな状態が同時に共存している。いくつかの状態が共存するとき、状態の境目が現れる。多くの場合、境目によって我々はいくつかの状態の存在を認識している。たとえば、ペットボトルの水では、水と空気の境目でその残量を確認している。光の屈折率の等しいものの境目は区別しにくく、サラダオイルにガラスを浸すと溶けたかのごとく見つけにくくなる。一見透き通った氷にも、結晶の向きの違いがある。偏光板で挟むことにより、図1のように結晶の向きの違いが色（周波数の違い）となって現れる。結晶が生成されるには、きっかけとなる核が必要である。1つ1つの核から広がっていった結晶の境目が結晶粒界となって見えている。しかし、いつもその境目はここだと決めつけられるわけでもない。雲は、空を見上げていると境界があるように思われるが、山に登ると雲の境目がはっきりとあるわけでもなく、雲が次第に濃くなっていくことに気がつく。

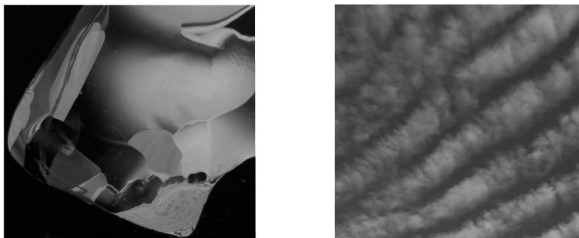


図1 氷の結晶粒界（グレインバウンダリ）と雲の様子

ii まえがき

生物種が新天地に侵入するときも、このようなあいまいな境界が現れる。第1章で取り上げるマスキラットの侵入もその一例である ([61, 42, 55] 参照)。スケラム (J.G. Skellam) は、マスキラットという生物種の空間分布と時間の関係を調べ、マスキラットの侵入の平均速度が一定であるという驚くべき結果 [43] を 1951 年に発表した。個々のマスキラットは、一定のスピードで広がっていきこうという意識をもって行動していないにも関わらず、結果的には平均速度がぴたりと一定になっている。このように個々が自律的に運動しているにもかかわらず、全体として一定のルールが見いだされることがある。ルールを見出すことは、自律的現象に隠されている大域的なメカニズムを明らかにすることに対応している。

このような侵入・伝播現象は、マスキラットに限ったことではない。インフルエンザなどの感染症の伝播や外来種の生息域も次第に広がっていく。新型インフルエンザなどの感染症や環境を破壊する外来種の侵入は、対策が必要となる問題であり、その侵入および伝播を制御することが求められている。しかし、現在は、ペストが流行した中世の状況とは大きく異なっている。交通機関が飛躍的に発達し、人や物資の移動はすさまじく、伝播や侵入をコントロールすることはさらに重要になっている。

また、導火線の火花が次々と進んでいくのも伝播である。燃焼している部分の温度上昇に伴い、隣接する部分に燃焼が広がっている。しかし、すでに火薬が燃え尽きた部分には燃焼が進まないため、一定方向に燃焼が伝播していく。山火事も燃焼による伝播現象の一つである。自然現象だけに限らない。うわさの広がりもその一例である。うわさは人の口を伝わっていく。ブルタルコス著『饒舌について』(岩波文庫)には、「私より噂の方が先に広場に着いた」という話もある。最近では、チェーンメールやブログの書き込みなどうわさや口コミの広がり方も多岐にわたっているが、情報の伝播を制御することは、マネジメントとしては重要な課題であろう。このように伝播は、さまざまな分野で起きている。それを制御するためには、まず、伝播の仕組みを知る必要がある。本書では、現象を「伝播」の数理的取り扱いという切り口から考察していく。特に拡散・伝播現象を取り上げ、拡散と非線形性という局所的・自律的な現象から作り出される伝播現象に見られる大域的なメカニズムを説明していく。

本書の構成は以下の通りである。

第1章では、身近な伝播現象の例を挙げながら、その伝播現象に潜んでいる数理を簡単に説明している。

第2章では、本書で主に取り上げる反応拡散系を解説している。ここでは、反応項の非線形性について主に取り上げ、力学系の基礎に触れている。拡散に関する詳しい説明は第3章となっている。

第3章では、ミクロな現象とマクロな現象をつなぐ重要な概念である拡散について詳しく説明している。

第4章では、伝播現象を端的に表現する進行波解の構成方法として厳密解による具体的な方法と存在証明による抽象的な方法を紹介している。

第5章では、最大値の原理を紹介し、反応拡散系への応用を説明している。

第6章では、反応拡散系の進行波解のもつ特徴を、大きく2つに大別し説明している。まず、単安定な非線形項の場合を説明し、そのあと、双安定な非線形項の場合を、違いとともに説明している。

第7章では、2次元空間などに伝播していく際、その伝播の様子を表現する数学的道具を紹介している。

第8章では、第2章で取り上げた反応拡散系の進行波解の構成方法やその速度について紹介する。

本書は、4年生から大学院生を対象としている。すでに力学系や拡散についての知識のある人は、第4章から読み始めてもよいだろう。第5.5節や第6章では、関数解析についての予備知識を仮定している。第B章も併せて参考にしてほしい。本書で取り扱えなかったテーマもたくさんあるが、本書で紹介した手法を理解することは、新しい伝播現象の数理解析にも十分に役に立つと思われる。本書が現象の解明の一助になれば幸いである。

最後に、本書を執筆する機会を与えて下さった共立出版株式会社および編集委員のみなさまに、本書の原稿に対して貴重なご意見を頂いた、森田善久氏、物部治徳氏、清水隆秀氏、轟賢太氏にお礼申し上げたい。また、これまでの研究を支えてくれた家族の協力を感謝したい。