

まえがき

本書は現代数学を学ばれる方々の予備的知識となるように、集合と実数について教科書風に述べたものである。集合と実数との二つの章からなり、大学の講義にすればそれぞれ半期分に相当するものである。

集合の概念は現代数学の基礎概念であるといわれる。代数学、幾何学、解析学など、数学のいかなる分野においてもそこに公理論的手法が用いられ抽象的思考が行なわれる限り、集合の概念が介在している。すべての分野に共通した概念である。この意味でたいせつな概念である。しかしまた、すべての分野に共通しているということは、逆にそれだけでは代数学も幾何学も解析学も成立しないといえる。各分野独特の手法、構成があって、一つ一つの学が成立する。集合論というと Cantor の名の下に無限を数える方法として展開された濃度や順序数の理論をいうのがふつうである。本書の集合の理論はこの意味での集合論ではない。集合論も一つの分野とみなして、代数学などと並列におき、それら各分野に横たわる共通している手法を展開したものである。各分野に進むまえの準備であり、各論に入ったときの養分となるものである。

一方、実数の概念は集合の概念とは異なる意味ではあるが、これもまた現代数学の基礎概念である。集合が深層基礎概念であるのに対し、実数は表層基礎概念である。代数学も幾何学もそして解析学も実数を出発点としあるいはモデルとしている。実数とは何かという問題に取り組んでその解明に費やされた数の発達の苦闘の歴史がある。実数の概念を土台として空間の概念が構成される。ことに解析学にとっては、実数を制することが解析学理解の第一歩である。

自然数から有理数までの数概念の構成と、有理数から実数への数の拡大とには大いなる差異がある。その要点を指摘するのが本書のねらいの一つである。

実数論といえば有理数から実数への構成の方法をさすが、本書の実数はそれを詳しく述べたものではない。実数をいかに把握するかということであり、各分野に進むための基礎を固めるためにある。この意味で各論に入るための予備的性格をもったものである。

第1章 集合 は 7 節からなり、§6 の同値関係において頂点に達する。そこでは新しい概念を構成する手法が展開される。§7 可付番集合は、いわゆる集合論への入口である。

第2章 実数 は 6 節からなり、§4 の収束条件が山である。そこでは実数の連続性把握の諸態が示される。§5 連続関数はその応用であり、解析学への入口である。§6 有理数から実数へ は、数の拡大の最大の難所である有理数から実数への構成の一方法を述べたものであるが、そこまでに展開した一般的手法を有理数から実数へという題材を用いて例示したものである。本書全体を通じての範例的性格もっている。

第2章 §6 を除く各節には、演習として例題と問題があげてある。いわゆるドリル的な問題は少なく、なるべく発展性のあるものを選んだつもりである。第2章の §6 は全体として演習的なものであるから演習はつけてない。

本書に述べた内容は、各分野に進んだときはじめて意味の出てくるものが多い。より進んだ学習の際に、一端なりと思ひ出し、読み返していただければ幸いである。

昭和 45 年 2 月

著 者 識