

# 目 次

まえがき .....	iii
記号索引 .....	ix
<b>第 1 章 素数に関する初等的考察.....</b>	<b>1</b>
1.1 素数と素数の逆数和の無限性	1
1.2 素数の占める割合が 0% であること	13
1.3 $n$ 番目の素数の大きさ (粗い素数定理)	18
1.4 素数の逆数の和の増大度	31
1.5 素数定理に対数が現れる理由	34
1.6 特定の形の素数	37
1.7 算術級数定理の初等的考察	39
1.8 オイラーの定数	44
<b>第 2 章 ゼータ研究の技法.....</b>	<b>46</b>
2.1 実数上の複素数値関数	46
2.2 オイラー・マクローリンの方法	58
2.3 無限積の基本	64
2.4 ガンマ関数	72
2.5 ポアソンの和公式	100
2.6 アーベルの総和法	106
2.7 二重級数の基礎	109
2.8 メビウス反転公式	116
<b>第 3 章 リーマン・ゼータの基本.....</b>	<b>119</b>
3.1 絶対収束域	119

3.2	絶対収束域外のディリクレ級数	123
3.3	絶対収束域外のオイラー積	129
3.4	解析接続 (初等的方法)	137
3.5	解析接続 (積分表示)	143
3.6	関数等式	149
3.7	特殊値 (正の整数)	153
3.8	特殊値 (0 または負の整数)	156
3.9	ゼータ関数の位数とアダマール積	158
<b>第 4 章</b>	<b>明示公式と素数定理</b>	<b>164</b>
4.1	臨界領域	164
4.2	非自明零点の個数	165
4.3	解析接続できない例	179
4.4	明示公式と素数定理	185
<b>第 5 章</b>	<b>ディリクレの素数定理</b>	<b>199</b>
5.1	ディリクレ $L$ 関数とは	199
5.2	絶対収束域 ( $\operatorname{Re}(s) > 1$ ) と右半平面 ( $\operatorname{Re}(s) > 0$ )	206
5.3	解析接続と関数等式	212
5.4	指標付き明示公式とディリクレの素数定理	221
<b>第 6 章</b>	<b>深いリーマン予想</b>	<b>237</b>
6.1	リーマン予想を支持する結果 (ボア・ランダウの定理)	237
6.2	オイラー積の収束	245
6.3	素数定理の誤差項との関連	252
6.4	$\zeta(s)$ の深いリーマン予想	268
	参考文献	281
	あとがき	283
	索引	287

# 記号索引

$B_n$	p.63
$B_n(x)$	p.62
$B(s, t)$	p.72
$\check{C}_\delta$	p.254
$c(\nu)$	p.253
$\delta$	p.253
$\delta_\chi$	p.231
$E_0(\chi)$	p.223
$\hat{f}$	p.100
$\Gamma(s)$	p.72
$\gamma$	p.45
$\hat{h}$	p.48
$\text{li}(x)$	p.194
$L(s, \chi)$	p.200
$\hat{L}(s, \chi)$	p.213
$\mu(n)$	p.116
$M(f)$	p.48
$N(T)$	p.165
$N(T, \chi)$	p.230
$\nu_p(m)$	p.20
$\varphi(n)$	p.16
$\pi(x)$	p.15
$\pi(x, N, a)$	p.225

$\psi(x)$	p.20
$\psi_0(x)$	p.185
$\psi(x, N, a)$	p.225
$\psi(x, \chi)$	p.221
$\psi_0(x, \chi)$	p.221
$\rho$	p.160
$S(t)$	p.253
$S(T)$	p.175
$S(T, \chi)$	p.230
$T(x)$	p.20
$\theta$	p.253
$\theta(x)$	p.20
$\Theta$	p.189
$\Theta_N$	p.235
$\vartheta(x)$	p.149
$\tilde{\vartheta}(x)$	p.149
$\vartheta(x, \chi)$	p.212
$\tilde{\vartheta}(x, \chi)$	p.212
$\vartheta_1(x, \chi)$	p.212
$\tilde{\vartheta}_1(x, \chi)$	p.212
$\zeta(s)$	p.64
$\hat{\zeta}(s)$	p.150
$\zeta_{1-\epsilon}(s)$	p.181
$\xi(s)$	p.158