

まえがき

ウェーブレット解析は、1980年代にフランスの石油探査技術者が考案したデータ解析手法から始まった。石油探査には人工地震の観測データが用いられる。石油の存在する場所で反射した地震波が観測者に到達する時刻を精度良く読み取ることが必要であり、そのために、観測波形の性質が変化する時刻を見出す手法としてウェーブレットが考案された。その後、このアイデアは多くの物理学者、工学者、数学者によって、さまざまに拡張され展開され、現在ウェーブレット解析とよばれている手法に結実した。本書はこのウェーブレット解析の入門書である。

ウェーブレット解析はフーリエ解析に似た手法である。フーリエ解析は信号（関数）を \sin と \cos の重ね合わせによって表し、その重ね合わせ方の特徴によって信号の性質を調べる手法である。特に信号を周波数成分ごとに分解できることから、フーリエ解析は現代文明における数えきれないほどの技術の基礎となっている。ウェーブレット解析も同様に、信号をウェーブレットとよばれる多くの波形の重ね合わせとして表現する。フーリエ解析と異なるのは、 \sin や \cos がどこまでも振動し続ける波形であるのに対し、ウェーブレット解析ではある時間帯のみで振動しそれ以外ではほとんどゼロとなる波形を用いることである。この違いは、フーリエ解析では周波数構造の時間変化を捉えにくいという、古くから技術者が抱いていた不満に対し、一定の解決策を与えることになった。現在、ウェーブレット解析は、時刻と周波数を同時に扱いたい場合の主要な選択肢の一つとなっている。

しかしウェーブレット解析は、フーリエ解析よりも理論的に手が込んでいるため、その理論をきちんと習得するには少々時間がかかるという難点がある。目の前の問題にウェーブレット解析を応用しようとしているとき、積分や

級数の収束性の議論にいちいちつき合っている暇はないという場合も多いであろう。そこで、本書では厳密な理論よりも実用的な理解を重視してウェーブレット解析を平易に紹介することを試みている。フーリエ解析に関しても予備知識は仮定せず、本書を読むために必要なことは最初から説明した。数学的な収束性の議論の一部はデルタ関数の使用によって単純な計算に置き換えている。これは証明ではなく形式的計算であるが、得られた結論は必要であれば厳密に証明することが可能であり、ウェーブレット解析を用いるための有用な理解を与えられる。ウェーブレット解析のこのような扱いは、数学以外の物理学や工学の広い分野では受け入れやすい形ではないかと考えている。さらに、実際にいろいろな問題に適用できるよう、最後の章では Mathematica を使ったウェーブレット解析を紹介している。

本書は応用数学会と共立出版による「シリーズ応用数理」の一つとして企画された。筆者は応用数学の分野の研究者であるが、それぞれの出自は物理学から解析学に広がっている。本書の執筆方針は、それぞれのウェーブレットに対するアプローチを議論する中から形作られたものであり、いわばウェーブレット解析の使い手と作り手の意見交換の結果として生まれたものである。ウェーブレット解析の理学・工学などの分野への応用を企図されている方々に、本書の内容がいくらかでも役に立つことを願っている。なお本書に関する出版後の情報は <http://www.osakac.ac.jp/labs/mandai/waveletJJSIAM/> に一定期間掲載する予定である。本書を執筆するにあたって小島友和氏（(現)ダイアログ・セミコンダクター）には数式入力を助けていただき、伊藤宏氏（愛媛大学）と伊藤研究室の大学院生の伊藤寛幸氏、國司英臣氏、小山雄喜氏には貴重なアドバイスをいただきました。厚く御礼申し上げます。最後に本書の完成を忍耐強く待っていただいた共立出版編集部の大越隆道氏に感謝いたします。

2015年9月
筆者