

目 次

第 1 章	デルタ関数とフーリエ変換	1
1.1	データとなる関数	1
1.1.1	エネルギーの有限性	1
1.1.2	内積と直交性	3
1.1.3	正規直交基底	5
1.2	デルタ関数	7
1.3	フーリエ解析	11
1.3.1	フーリエ変換と逆フーリエ変換	11
1.3.2	パーセヴァルの等式	13
1.3.3	不確定性関係	15
1.3.4	有界なサポートをもつ関数のフーリエ変換	17
1.3.5	フーリエ変換の意味と利点	18
1.3.6	畳み込み	19
1.4	フーリエ級数	21
1.4.1	ポアソンの和公式	21
1.4.2	フーリエ級数	23
1.4.3	関数のなめらかさと係数の減衰	25
1.4.4	フーリエ係数の数値計算	27
第 2 章	連続ウェーブレット変換	31
2.1	フーリエ解析とウェーブレット	31

2.1.1	フーリエ解析の長所と欠点	31
2.1.2	ウェーブレットのアイデア	32
2.2	連続ウェーブレット変換の定義	34
2.2.1	基本的な考え方	34
2.2.2	ウェーブレットと連続ウェーブレット変換	36
2.3	逆変換公式	38
2.3.1	アナライジングウェーブレットと許容条件	39
2.3.2	許容条件を満たすアナライジングウェーブレットの例	41
2.3.3	逆変換公式	43
2.3.4	$a > 0$ のみを用いる公式	45
2.4	エネルギー等式	46
2.5	連続ウェーブレット変換の意味と注意	47
2.6	連続ウェーブレット変換と関数の特異性	50
2.6.1	関数の特異性の検出	51
2.6.2	導関数の特異性の検出	52
第3章 直交ウェーブレット		57
3.1	直交ウェーブレット関数	57
3.1.1	連続ウェーブレット変換の離散化	57
3.1.2	直交ウェーブレット展開	59
3.1.3	直交ウェーブレット関数	61
3.2	サンプリング定理	64
3.3	スケーリング関数	68
3.3.1	スケーリング関数とは	68
3.3.2	スケーリング関数による近似	70
3.3.3	スケーリング関数の性質	72
3.4	スケーリング関数からウェーブレット関数へ	77
3.4.1	シャノンのウェーブレット	77
3.4.2	ウェーブレット関数の構成	81

3.4.3	ウェーブレット関数の性質	83
3.5	分解アルゴリズムと再構成アルゴリズム	87
3.5.1	分解と再構成	87
3.5.2	実際のデータ解析	90
3.5.3	フィルタについて	92
3.6	なめらかさと局在性	94
3.7	メイエ (Meyer) のウェーブレット	97
3.8	ドブシイ (Daubechies) のウェーブレット	102
3.9	発展: 双直交ウェーブレット	106
第4章 Mathematica によるウェーブレット解析		111
4.1	Mathematica による連続ウェーブレット変換	111
4.1.1	消失モーメント	113
4.1.2	導関数の情報と消失モーメント	115
4.1.3	組込関数 ContinuousWaveletTransform	120
4.2	連続ウェーブレット変換のアルゴリズム	122
4.2.1	時系列とフィルタ	122
4.2.2	連続ウェーブレット変換の離散化	124
4.3	離散ウェーブレット変換	126
4.3.1	フィルタとダウンサンプリングによる表現	127
4.3.2	レベル L の分解	129
4.3.3	近似と詳細	131
4.4	Mathematica による離散ウェーブレット変換	133
4.4.1	Mathematica によるハールウェーブレット	134
4.4.2	組込関数 DiscreteWaveletTransform	138
4.4.3	組込関数 InverseWaveletTransform	144
4.4.4	組込関数 WaveletMapIndexed による近似係数と詳細 係数の操作	147
4.5	WaveletThreshold を使った解析例	153

4.5.1 サンプルデータ列の作成 154
4.5.2 雑音除去 155
4.5.3 信号分離 159

関連図書 163

索 引 167