まえがき

本書は，拙著『微分積分学講義』に引き続き，意欲的な読者に複素関数論のおもしろさ・楽しさを伝えたいとの思いで書いた．方針もまったく同様で，教科書としても機能するように基礎的な部分を一通りカバーする形をとりつつ，興味深い例や応用を盛り込んだ．読者としては，数学科の学生をはじめ，複素関数論を必要とする分野へ進もうとする学生，将来，数学の研究・教育・応用等に関わることを目指す学生等を想定している．

実変数のときと形式的には同じ微分可能性の定義から，驚くほどの良い性質が導かれるのが複素関数論の世界である．その体系の美しさに誰もが感動を覚える．本書では，関数が正則であることの定義としては，領域の各点で微分可能であることのみを要求し，導関数が連続であることまでは仮定しない．したがって，複素関数論入門における主題の一つである Cauchy の積分定理の証明は，Green の定理に依拠するものではなく，位相的なものを出発点とする．それは Goursat によるものであり，そのアイデアを敷衍した Pringsheim による三角形閉路でまず示すものである．そして，凸領域・星形領域における定理へと進む．正則関数の基本的な諸性質は星形領域における Cauchy の積分定理から得られる．これらの諸性質は，回転数を用いる一般形の Cauchy の積分定理の証明に適用される．Liouville の定理も使うこの明快な証明は，1971 年に出版された J. Dixon のわずか 2 ページの論文によるものである．その論文にある一文 “It is reasonable to argue that the concept of homotopy in connection with Cauchy’s theorem is as extraneous as the notion of Jordan curve.” は大変興味深い．

さて，本書の特徴の一つに，例題や演習問題には，じっくり考えるタイプのものや解いていて興味が湧くものを比較的多く採録し，解答・解説を詳しく述べたことがある．中には難しい問題や計算量の多い問題もあるが，そのような問題は解けなくても悲観する必要は決してない．解答・解説を読んで分析することで得られることも多いはずである．また，複素関数論による代数学の基本定理の証明については，類書に見られる代表的なものの他に，American Mathematical Monthly で発表されたものをいくつか選んで演習問題として取り入れた．一方で，本書における議論の基礎となる複素数の級数や 2 重級数，そして位相に関する基本的な諸概念や定理等は，それぞれ一つの章を設けて述べた．これは読者が他書を参照する手間を少しでも省きたかったからである．

複素関数論を講義していると，意外と少なからぬ初学者が苦戦しているように見受けられる．複素数の扱いに慣れていないことも一因ではあるが，コンパクト性や連結性をはじめとする位相的議論，関数の列や級数の一様収束を本格的に扱うこともあると思われる．したがって，極限と積分の順序交換等，解析学として避けることができない操作と論証については，ていねいに述べることに努めた．しかしながら，関数項級数の項別微分や積分記号下の微分の可能性を保証する定理については，本書の対象とする 2 年生後半から 3 年生前半の学生諸君はなかなかうまく使いこなせないようである．このような観点から，本書では，ベキ級数の項別微分や Cauchy 型積分の積分記号下における微分では，直接の証明を与えた．

本書においても，九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の落合啓之氏からは，広範囲に及ぶ多種多様のコメントをいただいた．多忙な中，本書に対して時間を割いてくださった落合氏に，この場を借りて心からお礼を申し上げたい．

最後になるが，共立出版の寿日出男氏と日比野元氏には，今回も終始お世話になった．本書を書き終えた今，あらためて感謝の意を表したい．

2016 年 7 月

野 村 隆 昭