

## まえがき

統計パッケージが普及して、パラメータの推定値や手書きでは大変なグラフ表現が簡単に得られるようになった。それは、その推定値を求める方法や考え方を詳しく知ることなく、最も「うまく」求められた（と信じる）結果を容易に手にすることができる環境が与えられたということでもある。しかし、実際の場面を考えるなら、やはり重要な理論やその背景となる考え方は理解している方がよい。そんな1つに、最小二乗法がある。

最小二乗法は、統計学では、多くの場合、回帰分析（単回帰）を学ぶときに初めて出てくる。そこでは、複数の観測点が与えられたとき、それらに最もよくフィットする直線を見つけるため、誤差の2乗の総和を最小にする直線を求めればよい、と説明がなされ、その方法が「最小二乗法」であると紹介される。この最小二乗法は、現代統計学において、推定値を求めるときに、最もよく利用される方法といってよく、その原理や理論も直感的に理解しやすいものである。最近では、2乗せずに絶対値を使う推定もあらためて注目されているが、それでも統計学におけるなくてはならないツールといえる。しかし、その利用場面に多く触れ、統計学における重要なツールであることは認識していても、意外と原理や考え方の基本に立ち戻って説明されることは少ない。もともと最小二乗法は誤差論に由来しており、測定・測量において広く応用されている手法である。そういった側面に触れながら、あらためて、最小二乗法の考え方にアプローチすることは意味のあることと考えた。

一方、名義尺度や順序尺度などの質的データを尺度の水準を保ちながら量的データに最適変換する手法や、目的関数が複数の制約条件の線形結合として表される場合など、最小二乗基準の意味でそれぞれの制約を満たすことを繰り返しながら、推定値を求めるデータ変換（同時推定）手法があ

る。交互最小二乗法とよばれる手法である。解析的に解けない問題も、この交互最小二乗法を使うことによって、収束先を推定値とし、その値が目的から大きく外れないことなどから、非常に有用な手段として、近年、多くの手法に利用されている。こういった最適変換や同時推定においては、交互最小二乗法の手順は既知として扱われており、最小二乗基準の立場から、個別手法の解説を行っているものは多くない。そこで、交互最小二乗法の原理や留意点、具体的な利用例なども、最小二乗法とともに取り上げることにした。

以上より、本書は、第1章で最小二乗法、第2章で交互最小二乗法を取り上げ、第3章で両手法の計算に関連する話題を紹介することにする。

第1章では、1.1節と1.2節で、最小二乗法の原理を理解することに焦点をあて、最小二乗基準によるものの見方から始め、統計学での基本的な利用について説明する。導入には実際の例を用い、統計利用の部分では2変数までの説明にとどめ、用いる数学も簡単なものとした。これに続き、1.3節で、微分や行列による解法および最小二乗法の性質、1.4節で、関連する話題をまとめた。この章により、最小二乗法の意味と利用法についての理解が深まるであろう。

第2章では、交互最小二乗法の全体像を理解することを目的に、まず原理を把握する簡単な例から始め、交互最小二乗法の発展経緯も含めた代表例と交互最小二乗法を利用する上での留意点を示し、そして、交互最小二乗法を利用した最近の手法の紹介へと進める。この章によって、交互最小二乗法とはどういったものかを把握できるであろう。

第3章では、2つの話題を取り上げる。3.1節では、反復計算をともなう交互最小二乗法の計算結果を少しでもはやく得るための工夫、すなわち、計算の加速化手法について紹介する。3.2節では、計算の実際として、非計量主成分分析のためのRパッケージの利用について解説する。これらにより、実際の計算の工夫について学ぶことができるであろう。

ツールとして使っているが、意外と正確なところを知らないといった手法に焦点をあて、基本や原理を見てもめることは、本シリーズ「統計学 One Point」に適した話題である。そういう意味で、最小二乗法と交互最

小二乗法を取り上げることにした次第である。こういった考え方もあるんだと、楽しみながら、最小二乗法について、あらためて意識してもらいたいと思っている。

なお、編集委員や読者の先生方ならびに共立出版編集部の皆さまには、筆者らの拙稿をすみずみまでチェックし、数式内の小さなミスから理論や表現のあいまいな部分まで丁寧に指摘いただき、さらには、有益なコメントも数多くいただいた。本書をより充実した内容へと導いてくださったのは各氏のおかげと筆者一同、感謝している。この場を借りて、厚く感謝の意を表したい。

2017年7月

森 裕一（岡山理科大学）

黒田正博（岡山理科大学）

足立浩平（大阪大学）