

まえがき

独立したランダムなステップからなる変位に関する問題である“ランダムウォーク (random walk)”は、カール・ピアソンが1905年の『ネイチャー』誌の読者に次のような質問を提示したときに登場した。「読者のどなたか、私に次の問題の解がわかる研究、さもなくば、既存の解法ではうまくいかないかを教えていただきたい。ある人が点 O からスタートし、まっすぐ l ヤード歩く。次のステップでは、任意の方向に向かって、また l ヤードまっすぐ進む。これを n 回繰り返した後、始めの点からの距離が r から $r + \delta r$ の間にその人がいる確率を求めなさい。」

同じ年にピアソンは問題を定式化した。似た問題がアルベルト・アインシュタインの有名な論文であり、彼の学位論文の一部である“熱の分子運動論から要求される静止液体の懸濁粒子の運動について”によって異なる文脈で定式化された。また、次の年、組合せ論的なアプローチに基づいた独立した議論がマリアン・スモルコフスキーによって出版された。しかしながら、ランダムウォークの問題は、1900年の金融投機の理論に関係したルイ・バシェリエの学位論文に遡る。

ランダムウォークの歴史は、その問題がいかに汎用性が高いかを示している。ピアソンの問題は、動物の運動のモデリング（人ではなく蚊である！）から動機付けられている。アインシュタインの仕事は、明らかに物理と関連していたし、（バシェリエは物理で学位をとっているが！）バシェリエの仕事は経済と関連している。近年、ランダムウォークの理論は、物理、化学（異なる媒質での拡散、反応、流体力学的流動での混合）、経済、生物（動物の運動から細胞内の混み合った環境での細胞内の粒子の運動など）、そして多くの分野で有益なアプローチを与えている。ランダムウォークのアプローチは強力であり、単純な拡散モデルとしてだけでなく、多くの複雑な異常輸送過程に対するモデルとしても同様に重要である。本書では、いくつかの主要なランダムウォークモデルを議論し、ランダムウォークの理論的記述において最も重要な数学的道具を紹介する。

本書で用いるいくつかの用語をここで与える。

レベル. ここでの議論のレベルは、科学的な仕事を始めた学生やランダムウォーク的なアプローチが用いられている分野に新しく挑戦する科学者に対して、適切なものとなっている。筆者は二人とも、化学や物理専攻の大学生や大学院生に対して、何年かこの授業を教えたことがある。よって、ここでの数学的なレベルは、自然科学や工学の普通の数学コースを完了した後についていくことができるレベルである。標準的でない数学（例えば、母関数や非整数階微分など）は、演習を通して詳細に議論されている。数学的な難しさが高い場合（特に、繰り返し使われないが学ぶことが有益である場合）、導出を省略し、文献を示して結果を述べるだけに留める。

網囲み. 最も重要、または著しい結果は、網囲みの中に与えられている。これらは、対応する議論の短いまとめとして役に立つだろう。

演習問題. 演習は、本文で省略した導出の一部を含んでいるか、付加的な結果を与えている。後の章で、演習の結果をたびたび参照することになる。この場合、演習の解答は、本文で明示的に述べられる。演習のいくつかは、当時重要な科学的な問題だと考えられていたものである。解答のやり方はいつも明らかではないため、ヒントを与えている。もし演習問題を解けたなら、その課題を本当に理解したことになるだろう。

文献. 本書は自己完結型の本である。それゆえに、オリジナルな結果を与えている文献を挙げており、その数は少ない。多くは、数学的な抄録（例えば、積分の評価や級数の和の評価が必要なとき）やモノグラフ、付加的な情報が発見できるレビュー論文を参照している。オリジナルな研究の文献は、本文で詳細に議論されていない付加的な情報を含んでいるときのみ与えた。追加的な資料や対応する章における議論と関連した問題の議論は、さらなる参考書に与えられている。

最後に、筆者らは本書の執筆を楽しむことができた。読者の皆様もこの本を楽しんで味わってもらえると願っている。