

序 文

本書は、主として正則ジーゲル保型形式に関するトピックスで、比較的基礎的と思われる内容を、著者の興味の赴くままに解説したものである。なるべく予備知識を仮定せずに、最初の詳しい定義から始めているが、その内容の選定にはかなり偏りがあるし、また、この分野の標準的な教科書をめざしているわけでもない。たとえば本書ではヘッケ作用素の理論は全く解説していない。また表現論的な取り扱いも一切していない。もちろん整数論におけるヘッケ作用素の理論の重要性は言うまでもない。しかし、それを抜きにしても、保型形式論には語るべきことが数多くあるので、最初からヘッケ作用素や保型的 L 関数については述べないという方針で本書を組み立てたのである。したがって齋藤・黒川リフトの理論についても、構成は一般のレベルで述べたが、あえて L 関数の関係などは省略した。これはやや画竜点睛を欠く嫌いはあるが、ご容赦願いたい。その代わりに、テータ定数やテータ関数、保型的微分作用素、およびその応用として得られる保型形式環の例などについては比較的詳しく取り上げた。また分数ウェイトの保型形式、および不定符号 2 次形式のテータ関数やゼータ関数など、これまであまり本の形では取り上げられてこなかった内容を盛り込んでみた。

以上については、今までどこにも書かれていないと思われる新しい内容も含まれている。たとえば、一変数のテータ関数に関する乗法因子の公式を一般の $SL(2, \mathbb{Z})$ の元に対して記述してある文献は、筆者はほかに知らない。エータ関数についても同様のことが書いてある本はあまりないと思う。不定符号 2 次形式に対してジーゲルの定義したゼータ関数が実は知られている関数で書けるという結果も、はっきり書いてある文献は他に知らない（この結果は、IV 型領域の保型形式の次元公式に応用できる）。以上でも、その他の点でも、証明などは、なるべく具体的な記述を心掛け、できる限り細部の技術的な計算も省略しないで述べるようにしたつもりである。これらの計算の細部が何かでお役に立つこともあるのではないかと祈念している。また章の順序は必ずしも論理的な順序にそっているわけでもないので、読者の好みに応じて、各章を独立に、また一部分だけでも読むことは可能であるかと思う。いろいろな事情で、導

入部分以外はあまり詳しく述べられなかったり、他からの引用で済ませた箇所も少なくないが、これは引用してある文献を参照する手がかりとだけいただければ幸いである。文献については、直接本書に引用されていないものでも、潜在的、ないしは心理的に関係があると判断したものは挙げておいた。しかし、もとより完全を期したものであるのではない。

本書を構想して、書き始めてから長い年月がたってしまった。この間、辛抱強く遅筆の筆者の執筆を待ち続けてくれた共立出版の赤城圭氏に大変感謝している。また同じく共立出版の大越隆道氏と三浦拓馬氏にも出版に際して大変お世話になった。完成の段階で、原稿を読み、数々のミスプリントを指摘してくれた水野義紀氏と林田秀一氏にも感謝する。

2018年4月

著者しるす