

## まえがき Preface

線形代数は、理学、工学、農学、経済学、医学などの広い分野の基礎であり、それらの学部の基礎科目としてほとんどすべての大学で教えられている。そして、市販の線形代数の教科書のほとんどすべては、そのような広範囲の学生を対象とし、主に数学者によって書かれている。それに対して、本書は主として、音声・言語を含むパターン処理・認識、信号・画像処理、コンピュータビジョン、コンピュータグラフィクスなどのパターン情報処理を学ぶ学生や、研究・開発を行う研究者を対象としている。そして、筆者自身もこの分野の研究者である。

このようなパターン情報処理では、大量のデータを扱う。それらは高次元のベクトルや行列の形をとる。しかし、そこにおける線形代数の役割は、単に大規模なベクトルや行列の数値的な計算処理だけではない。データの処理にはその“幾何学的な解釈”が伴う。例えば、あるデータ集合が別のデータ集合に“直交する”という概念や、データ集合間の“距離”や、データをある空間に“射影”するなどの幾何学的な関係が重要な意味を持つ。これは抽象的な高次元空間を直観的にイメージするのに役立つだけでなく、どのような目的のためにはどのような処理を行えばよいかという指針ともなる。

本書はこのような観点で、パターン情報処理を支える線形代数のテーマを説明する。まず、線形空間における射影という概念をとりあげ、それを用いて、スペクトル分解、特異値分解、および一般逆行列を記述する。そして、応用として、連立1次方程式の最小2乗解、ベクトルの確率分布を指定する必ずしも正值でない共分散行列、点データに対する部分空間の当てはめ、お

よび行列の因子分解とその動画像解析との関連を述べる。

これらのテーマすべての根幹となるのは、「射影」である。それは、射影が、「直交性」と「最短距離」という二つの概念を包含しているからである。そして、パターン情報処理はこの二つの概念を基盤としている。欧米のパターン情報処理の教科書では、本書のような記述がよく見受けられるが、我が国ではあまり見かけない。我が国の多くの線形代数の教科書では、線形代数を行列の操作および数値計算の側面から説明している。この意味で、本書は多くのパターン情報処理の学生や研究者が線形代数をより深く理解する助けになるであろう。

本書は、読者が学部低学年で学ぶ線形代数の基礎（ベクトルや行列や行列式の計算、固有値や固有ベクトルの計算、2次形式の標準化など）を既習であると仮定している。しかし、知識を整理するために、各章の末尾に、本文中に現れた線形代数やその応用に関連する基本的な用語をとりあげ、短い解説を加えている。また、本文のポイントを箇条書きの形でまとめた。さらに、巻末に「付録 線形代数の基礎」を付け、本文に関係する線形代数の基礎知識、および関連する数学的事項をまとめた。それとともに、線形代数の必要な基礎事項のほとんどすべては、各章の問題、および巻末の解答としてとりあげられている（ややレベルの高い問題には\*印を付した）。これらの工夫により、本書は線形代数を復習する目的にも役立つと思われる。

本書の多くの部分は和文英文併記にしている。そして、巻末に各章の問題の英訳(Q:)と英文による解答(A:)を与えている。このようにしたのは、今日、留学生の数が増加し、政府もこれを推進し、英語による授業や教員の海外への国際発信を求めている背景がある。また、日本人学生への英語論文執筆の指導を支援する意味もある。

本書は、数学に興味のある一般読者や、企業や研究所において研究・開発を行っている研究者に広く読まれることを期待しているが、とりわけ、学部のパターン情報処理に関連する授業や演習の副教材として、また、大学院の授業や研究室セミナーのテキストとして利用されることを望んでいる。

本書に原稿段階で眼を通して、いろいろご指摘を頂いた理化学研究所特別顧問の甘利俊一先生、米国テキサス大学アーリントン校の野村靖一教授、長崎大学の金谷一朗教授、広島大学の玉木徹准教授、豊橋技術科学大学の金

澤靖准教授, 菅谷保之准教授, 群馬大学の松浦勉准教授, (株) 朋栄の松永力氏に感謝します。最後に, 本書の編集の労をとられた共立出版の大越隆道氏にお礼申し上げます。

2018年5月

金谷健一