

まえがき

保険数理と一口にいても、生命保険や損害保険数理、年金数理などの区別があり、その各分野でも実務的な観点から個々に特有のトピックがあって、その数学・統計的な扱いも多様である。しかし、応用数学の一分野として保険数理 (insurance mathematics) といった場合、その範囲はかなり限定され、いわゆる損害保険数理におけるリスク理論 (risk theory) を指す場合が多い¹。このリスク理論という名もかなり一般的な名称で、具体的に何を指すのかが明確でないように聞こえるが、元々は保険会社の破産問題を扱う破産理論 (ruin theory) に始まり、そこでのモデルを基礎とした保険料計算や再保険への応用など、損害保険特有の数理的問題を研究する一分野として認知されている。もちろん、ファイナンスなど金融数理の分野でもリスクの計量的な評価は重要な問題であるが、基礎となる資産モデルの違いから、両者は全く別々の発展を辿り、近年になってやっと二つの領域の境界が交わったといえるかも知れない。この意味では、保険数理におけるリスク理論は独自の発展を遂げたといってい

よい。

このリスク理論は、スウェーデンのアクチュアリーであった F. Lundberg が 1903 年に書いた自身の博士論文の中で保険会社の破産確率 (ruin probability) を議論したことに始まる (Lundberg [39])。その後、同じくアクチュアリーで統計学者としても高名な H. Cramér がより厳密な数学的基礎付けを行ったことにより、今日では Cramér-Lundberg 理論、あるいは古典的破産理論と呼ばれている。そこで用いられるシンプルな資産モデルは保険会社の破産

¹ 日本アクチュアリー会指定の教科書「損保数理」[43] では「危険理論」と呼ばれている。

確率やその近似に関して簡便な計算結果を与え、統計的にも扱いやすいものであったため、実に90年近くも常にリスク理論の中心的なモデルとして多くの研究者達の興味を集め続け、現在でも様々なモデルとの比較対象として重要なモデルである。しかし、そのシンプルさゆえに、実務とのギャップを問題視され、理論的發展とは裏腹に実務の世界であまり利用されてこなかった歴史がある。

ところが、このリスク理論に近年新しい潮流が生まれ、再び実務におけるリスク理論の利用価値が見直されてきている。長らくリスク理論における研究の中心であった破産確率を一般化した破産関連リスクの概念が導入され、新たなリスク測定法が研究されたり、保険会社の資産過程をより複雑にモデリングすることによって現実とのギャップを埋めようとする試みが活発になったり、また、副産的に多くのファイナンス理論との共通項が明らかとなり、リスク理論を用いたオプション理論や信用リスク問題への応用可能性が広がっている。また、近年、ヨーロッパ諸国での新しいソルベンシー規制 (Solvency II, Swiss solvency test など) の実施に伴い、保険リスクの市場整合的評価、大規模災害に係る評価やダイナミック (経時的) 評価などが重要になってきており、確率過程に基づく破産理論、リスク理論の考え方、そしてそれらに対する統計的推測論の重要性はますます高まると思われる。

このような流れの中で、我々大学の研究者は当該分野の学術研究に加え、そのような素養を持った人材育成の責任を負っている。例えば海外の大学、とりわけ中国やヨーロッパ・北米の大学に目を向けてみると、そこには保険数理学科 (Department of Actuarial Science) が存在し、古くからリスク理論を中心とした学術的研究が重視され、それらの実践的な応用方法を教育し、多くの博士号取得者を輩出している。また、保険会社が学術研究用にデータを提供するなど、産学が連携して保険数理という学問領域を拡大させているように思われる。前述のような昨今の潮流も産学の巧みな関係の下に様々な角度から議論され、ソルベンシー規制に関わる有識者会議でも数学者や統計学者が活躍している。

一方、日本に目を戻すと、保険数理を専門とする研究者は極めて少なく、保険数理について十分な教育がなされているとはいえない。一部の大学では、アクチュアリープログラムとして現職のアクチュアリーを講師に招いた講義を

実施しているところもあるが、その学習範囲は国内のアクチュアリー試験の枠にとどまっており、残念ながら学術的な発展を望めるような下地は未だ固まっているとはいえないであろう。しかしながら、リスク管理などの業務においてアクチュアリーに要求される数理的な能力は年々増大しており、日本アクチュアリー会の損保数理の教科書も年々内容に厚みを増し、リスク尺度や極値理論、コピュラ (copula) といったこれまで日本の教科書にはなかった項目が近年数多く採用されてきている。これらは欧米のアクチュアリー団体の方針に追従するところでもあり、ある意味歓迎すべきことではあるが、これらの数学的・統計的な背景は必ずしも簡単ではなく、教科書的な基本的な定理でさえも、それを正しく理解し実際の応用へと結び付けるのは、たとえ現職のアクチュアリーといえども至難であろうと思われる。ましてや、ともすると一過性の試験勉強に終始してしまう多くの日本の学生にあって、この試験範囲増強ににどれほどの効果があるか疑問も残る。彼らは保険会社に入社した後も、アクチュアリーとして働きながら試験以上に高度な数理的手法を独習によって学んでいかねばならず、その過酷さに対する不満や、大学教育に対する不満の声を筆者はしばしば耳にしている。このような日本の現状に鑑みると、大学における保険数理教育の重要性は明らかであり、現代的な保険数理の数学的背景を正しく理解し実践できる人材の育成が急務である。そのためには、日本における保険数理の学術的地位の向上はもとより、保険数理の研究人口を増やす必要がある。

本書はこのような動機の下で保険数理研究の入り口となるような書を目指して執筆されたものである。古典論から現代的风险理論までの学術的な変遷をその理論と共に概観し、保険数理の研究を目指す読者がスムーズにこの分野に参入できるよう意識した。また、保険数理の実学としての側面もおろそかにせず、いままで書籍などではあまり触れられてこなかったそれらの統計的問題と対処法に対しても保険数理という文脈で一定の方法論を与えることにより、より実践に近いところまで到達することを目標にした。確率論、極値論、統計推測、破産理論、リスク尺度などの各単元をそれぞれ独立に学んで終わるのではなく、モデルの導入からリスク評価の数理的背景、そして統計的手法によって理論を実用化するところまで、なるべく最短な経路で一気通貫に記述することを目指した。筆者の力不足もあってその目的が十分に果たされたとはいえない

かもしれないが、本書の知識を元にしてリスク理論研究へのきっかけとしていただければ幸いである。

本書の内容は、早稲田大学基幹理工学研究科・数学応用数理専攻の大学院生向けになされた筆者による講義「現代保険リスク理論」の講義録を元にしており、測度論や初等的な確率・統計を一度は学習したことを前提として書かれている。しかし、確率・統計の初学者にとって測度論的な確率論は幾分敷居の高いものかもしれないし、数学科出身以外の読者にとってはそもそも測度論自体馴染みの薄いものと思われる。そこで、第1章では本書や保険数理の学術的文献にあたる際に特に必要となる予備知識を要約的に、時に直感的な説明を付けながら紹介した。これまで、初等的な知識のみを前提として書かれた保険数理に関する良書が日本でもいくつか出版されているが、本書はより詳細な統計理論や現代的リスク理論における最新の学術成果を紹介する目的もあり、それらの理解のためには、測度論的な確率論や統計的漸近理論などは必須であり避けては通れないものである。本書にはこのような現代的保険数理に対する啓蒙的な意味合いも込めたつもりである。

本書によってリスク理論の面白さと可能性を感じていただき、そのような読者諸氏が日本の保険数理におけるアカデミア、および金融・保険業界でご活躍されることを切に願うものである。

本書執筆に当たり、著者の研究室学生（修士課程・当時）であった大西健、小林周史、佐々木徹、鈴木佑輔、本田亜望、齋藤良太の諸氏には初稿の誤りについて多数の指摘を頂いた。また、東京大学大学院数理科学研究科（当時）の木下慶紀、鈴木拓海、千葉航平の各位には、極めて丁寧に査読していただき多くの示唆を頂いた。ここに御礼申し上げたい。その他本書に含まれる誤りは全て著者に帰するものであることをここに記しておく。

最後に、本書執筆の機会をくださった編者の吉田朋広先生（東京大学）、栗木哲先生（統計数理研究所）、また最後まで執筆にご支援いただいた共立出版編集部の方々には深く深く感謝申し上げます。

2018年7月

清水泰隆