

目 次

まえがき	v
第 1 章 確率論の基本事項	1
1.1 確率変数と分布	1
1.1.1 事象と確率	1
1.1.2 分布と分布関数	7
1.1.3 分布のモデル	11
1.2 期待値について	15
1.2.1 期待値と Stieltjes 積分	15
1.2.2 “ほとんど確実に”	20
1.2.3 積分計算における重要な結果	22
1.2.4 期待値の存在について	25
1.3 分布を特徴付ける関数	28
1.4 畳み込み	33
1.5 情報としての σ -加法族	36
1.5.1 確率変数の情報	36
1.5.2 情報は σ -加法族?	38
1.5.3 情報の独立性	39
1.6 条件付き期待値	41
1.6.1 初等的な条件付き期待値	41
1.6.2 情報による条件付き期待値	46

1.7	確率変数列の収束と極限定理	47
1.7.1	概収束と期待値の収束	47
1.7.2	その他の収束と極限定理	50
第2章	リスクモデルと保険料	56
2.1	リスクとは何か?	56
2.2	保険リスクモデル	57
2.3	保険料計算原理	60
2.3.1	収支相等の原則	60
2.3.2	保険料の決定	62
2.4	各リスクモデルにおける保険料計算	70
2.4.1	累積クレーム分布	70
2.4.2	複合 Poisson 分布の分布関数	75
2.4.3	複合幾何分布と不完全再生方程式	78
第3章	ソルベンシー・リスク評価	80
3.1	基本的なリスク尺度とソルベンシー評価	80
3.1.1	基本的なリスク尺度	80
3.1.2	VaR と TVaR	87
3.2	大規模災害に対するクレーム分布	87
3.2.1	裾の重い分布	88
3.2.2	さまざまな裾の重い分布族	92
3.2.3	正則変動な裾を持つ分布族について	100
3.2.4	裾の重さの視覚的判別法 (QQ-plot)	106
3.3	複合分布に対するリスク評価	111
3.3.1	小規模災害の下でのリスク評価	112
3.3.2	大規模災害の下でのリスク評価	117
3.3.3	裾の重いクレーム分布の VaR	121
3.3.4	中程度の裾を持つクレーム分布について	123
3.4	リスク尺度の数学的枠組み	126

3.4.1	公理論的アプローチ	126
3.4.2	リスク尺度の諸性質	128
3.4.3	整合的リスク尺度と凸リスク尺度	133
3.5	整合的リスク尺度の特徴付け	136
3.5.1	シナリオに基づくリスク尺度	136
3.5.2	Fatou 性と歪みリスク尺度	139
3.5.3	歪みリスク尺度の具体例	145
第 4 章	保険リスクの統計的推測	149
4.1	統計的推測の基礎概念	149
4.1.1	不偏推定	150
4.1.2	一致性と漸近正規性	153
4.2	推定量の構成とその性質	155
4.2.1	パラメトリック法 vs. ノンパラメトリック法	155
4.2.2	最尤法	157
4.2.3	Z-推定法	168
4.3	複合的保険リスクの推定	170
4.3.1	裾の軽いクレーム分布の場合	171
4.3.2	裾の重いクレーム分布の場合	176
第 5 章	確率過程	188
5.1	確率過程とフィルトレーション	188
5.2	マルチンゲール	191
5.3	さまざまな確率過程	194
5.3.1	Poisson 過程	194
5.3.2	複合 Poisson 過程	202
5.3.3	Brown 運動	204
5.3.4	Lévy 過程	206
5.3.5	Lévy 過程の具体例	216
5.4	初期到達時刻と可測性	220

5.4.1	フィルトレーションの右連続性	220
5.4.2	確率空間の完備性と “usual conditions”?	223
第 6 章	古典的破産理論：Cramér-Lundberg 理論	228
6.1	Cramér-Lundberg モデルと破産確率	228
6.2	破産確率と梯子分布	243
6.2.1	なぜ破産確率は複合幾何分布なのか?	243
6.2.2	Wiener-Hopf 因子分解	245
6.3	拡散摂動モデル	248
6.3.1	摂動項の解釈 1：クレーム以外の不確実性の近似	248
6.3.2	摂動項の解釈 2：CL モデルの拡散近似	249
6.3.3	破産確率評価	251
6.4	有限時間破産確率	257
6.4.1	拡散近似の場合	257
6.4.2	CL モデルの場合	259
6.5	破産確率の応用	261
6.5.1	初期備金や安全付加率の決定	261
6.5.2	再保険について	263
6.5.3	再保険戦略と破産確率	266
6.6	破産確率の推定	269
6.6.1	CL モデルにおけるパラメータ推定	270
6.6.2	漸近公式の推定	273
6.6.3	破産確率のノンパラメトリック推定	276
6.6.4	Fourier 推定法 (FFT 法)	278
第 7 章	現代的破産理論：Gerber-Shiu 解析	282
7.1	Gerber-Shiu 関数	282
7.2	古典モデルによる考察	285
7.3	一般化リスクモデル	296
7.3.1	Lévy 保険リスクモデル	296

7.3.2	Lévy モデルの意義	299
7.3.3	調整係数と Esscher 変換	300
7.3.4	破産確率評価	303
7.4	一般化リスクと Gerber-Shiu 関数	312
7.4.1	再生型方程式	312
7.4.2	一般化 Gerber-Shiu 関数	317
7.4.3	有限時間 Gerber-Shiu 関数	318
7.5	Gerber-Shiu 関数の応用	322
7.5.1	配当戦略	322
7.5.2	資本注入	323
7.5.3	信用リスクへの応用	324
付録 補足事項		327
A.1	測度と期待値に関する補足事項	327
A.1.1	測度の絶対連続性	327
A.1.2	さまざまな集合族の性質	328
A.1.3	期待値に関する種々の不等式	330
A.1.4	マルチンゲールによる測度変換	333
A.2	再生理論 (Renewal Theory)	336
A.2.1	再生型方程式	336
A.2.2	直接 Riemann 可積分性	338
A.2.3	Key Renewal Theorem	341
A.3	確率過程の分布収束	342
A.3.1	確率変数としての確率過程	342
A.3.2	C 空間と D 空間	345
A.3.3	距離空間における分布収束	350
A.3.4	連続写像定理	357
参考文献		360
索引		364