

## 目 次

<b>第 1 章 統計的機械学習の基礎</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに . . . . .	1
1.2 ベイズ統計 . . . . .	2
1.2.1 離散状態空間における確率分布とベイズの公式 . . . . .	2
1.2.2 連続状態空間における確率密度関数とベイズの公式 . . . . .	7
1.2.3 最大事後確率推定と最大事後周辺確率推定 . . . . .	10
1.3 最尤推定 . . . . .	12
1.3.1 カルバック・ライブラー情報量 . . . . .	12
1.3.2 経験分布と最尤推定 . . . . .	17
1.3.3 不完全データと周辺尤度最大化 . . . . .	20
1.3.4 EM アルゴリズム . . . . .	23
1.4 確率的グラフィカルモデルと統計的機械学習理論 . . . . .	25
1.4.1 確率的グラフィカルモデル . . . . .	25
1.4.2 潜在変数を伴う確率的グラフィカルモデル . . . . .	39
1.4.3 制限ボルツマンマシン . . . . .	44
1.5 まとめ . . . . .	47
<b>第 2 章 ガウシアングラフィカルモデルの統計的機械学習</b>	
<b>理論</b>	<b>50</b>
2.1 はじめに . . . . .	50
2.2 ガウシアングラフィカルモデルによるノイズ除去と EM アルゴリズム . . . . .	50

2.2.1	ガウシアングラフィカルモデルと不完全データにおける最尤推定 . . . . .	50
2.2.2	ガウシアングラフィカルモデルにおける EM アルゴリズム	53
2.2.3	画像処理におけるガウシアングラフィカルモデルと EM アルゴリズム . . . . .	61
2.3	一般化されたスパースガウシアングラフィカルモデル . . . . .	69
2.3.1	一般化されたスパースガウシアングラフィカルモデルと EM アルゴリズム . . . . .	70
2.3.2	確率伝搬法の数学的準備 . . . . .	73
2.3.3	一般化されたスパースガウシアングラフィカルモデルと確率伝搬法 . . . . .	80
2.3.4	確率伝搬法の解構造 . . . . .	97
2.4	まとめ. . . . .	107
<b>第 3 章 画像補修問題への応用</b>		<b>110</b>
3.1	はじめに. . . . .	110
3.1.1	画像補修問題 . . . . .	110
3.1.2	確率モデルによる画像処理の枠組み . . . . .	111
3.2	確率モデルに基づく画像補修法 . . . . .	114
3.2.1	モデルの定義 . . . . .	114
3.2.2	確率伝搬法による画像修復アルゴリズム . . . . .	117
3.2.3	高速フーリエ変換を用いたメッセージの計算法 . . . . .	120
3.2.4	確率モデルによる画像補修アルゴリズム . . . . .	123
3.3	画像補修シミュレーション . . . . .	124
3.4	まとめ. . . . .	127
<b>第 4 章 確率モデルによるパターン認識</b>		<b>129</b>
4.1	はじめに. . . . .	129
4.2	確率モデルによるパターン認識問題へのアプローチの基礎 . . . . .	129
4.2.1	パターン認識問題と機械学習 . . . . .	129

4.2.2	確率モデルを基礎としたクラス分類システムの枠組み . . .	130
4.3	多値ロジスティック回帰モデル . . . . .	134
4.3.1	多値ロジスティック回帰モデルの定義 . . . . .	135
4.3.2	多値ロジスティック回帰モデルの統計的機械学習 . . . . .	139
4.4	制限ボルツマンマシン分類器 . . . . .	154
4.4.1	制限ボルツマンマシン分類器の定義 . . . . .	154
4.4.2	制限ボルツマンマシン分類器に対する統計的機械学習 . . .	159
4.4.3	制限ボルツマンマシン分類器と多値ロジスティック回帰モ デルの比較 . . . . .	164
4.5	まとめ：深層学習へ . . . . .	167

## 第5章 圧縮センシングとその近辺 174

5.1	はじめに . . . . .	174
5.2	ベイズ推定 . . . . .	174
5.2.1	確率的事象を扱う基本事項 . . . . .	174
5.2.2	最尤推定 . . . . .	175
5.2.3	ベイズ推定と正則化 . . . . .	178
5.2.4	ラプラス分布による正則化 . . . . .	180
5.3	$L_1$ ノルムが存在する最適化問題 . . . . .	181
5.3.1	最急降下法 . . . . .	181
5.3.2	ニュートン法 . . . . .	182
5.3.3	上界逐次最小化法 . . . . .	184
5.3.4	近接勾配法 . . . . .	186
5.3.5	軟判定閾値関数 . . . . .	187
5.3.6	ネステロフの加速法 . . . . .	190
5.4	多様な確率モデル . . . . .	192
5.4.1	ポアソン分布 . . . . .	192
5.4.2	正值性を保った更新則 . . . . .	193
5.4.3	非負値制約行列分解 . . . . .	194
5.4.4	非負値行列分解による辞書学習 . . . . .	196

5.4.5	低ランク行列分解 . . . . .	197
5.4.6	カーネル法による拡張 . . . . .	199
5.5	圧縮センシング . . . . .	201
5.5.1	線形観測過程 . . . . .	202
5.5.2	$L_1$ ノルム最小化 . . . . .	202
5.5.3	直観的な理解 . . . . .	204
5.5.4	実例 . . . . .	204
5.6	最適化の数理 . . . . .	208
5.6.1	罰金法 . . . . .	208
5.6.2	ラグランジュ未定乗数法 . . . . .	209
5.6.3	拡張ラグランジュ法 . . . . .	212
5.6.4	交互方向乗数法 . . . . .	213
5.6.5	等式制約を常に満たした交互方向乗数法 . . . . .	215
5.6.6	双対拡張ラグランジュ法 . . . . .	217
5.6.7	近接写像と拡張ラグランジュ法 . . . . .	218
5.7	情報統計力学 . . . . .	219
5.7.1	スピン系の統計力学 . . . . .	220
5.7.2	圧縮センシングの性能評価 . . . . .	224
5.7.3	レプリカ法 . . . . .	225
5.7.4	エントロピーの評価 . . . . .	230
5.7.5	$\beta \rightarrow \infty$ の極限 . . . . .	232
5.7.6	状態発展法 . . . . .	235

あとがき 239

索引 243