序　　文

本書は数学のかんどころ 36『正則関数』に続くもので，有理型関数のよく知られた基礎事項を解説する．有理型関数とは，極と呼ばれる特異点を除いて正則な関数のことで，非常に応用に富む関数である．本書では有理型関数について，次の 4 つの項目に焦点を当てて解説した．

- 実変数関数の積分の計算（留数の原理）
- 基本的ないくつかの定理（部分分数展開，ミッタク・レフラーの定理，偏角の原理等）
- 有理型関数の応用例（z 変換）
- 有理拡張（ガンマ関数，ゼータ関数）

特に留数の原理に基づく実変数関数の定積分の計算は極めて有用度が高い．これについては解析学でもよく使われる具体例をあげて解説した．

またディジタル信号処理などでよく使われる z 変換も，本質的には有理型関数の解析に帰着できることが多い．本書では，z 変換と有理型関数の関連についても解説した．

本書では後の議論に必要な正則関数の無限積についても解説した．

ところで，実軸，あるいは実軸の一部で定義された関数を，複素平面全体の有理型関数に拡張することにより，実数の範囲では得られなかったような深い解析ができるようになる．たとえば留数の原理による定積分の計算もその一例である．このほか，ガンマ関数やゼータ関数なども複素平面上の有理型関数に拡張して考えることにより，さまざまな世界が広がっている．本書でもその出発点の部分を解説した．

本書が有理型関数のさらなる深い世界を学ぶ端緒になれば幸いである．

本書に関連する情報を適宜

http://www.araiweb.matrix.jp

に掲載する予定である．

謝辞

本書の執筆をお勧めいただき，また査読を通して有益なアドバイスをいただきました「数学のかんどころ」編集委員の方々をはじめ，共立出版編集部に感謝いたします．

2018 年初冬　新井仁之