

はじめに

教育は国家百年の計と言われる。これは春秋戦国時代の中国の古典「管子」の有名な言葉で、教育が国家の存亡にかかわる中心的な問題であることを意味している。翻って現在の日本の教育はいかがであろうか。日本では大学受験まで多くのバラバラな知識の丸暗記や複雑で意味不明な計算練習を強いられることが多い。また欧米諸国と異なり、ずばぬけた才能のある学生が飛び級することもほとんど認められていない。これでは科学技術や文化の高度な発展など望みえないようにみえる。しかしながら、そのような状況下でも戦後日本はこれまで多くの優秀な人材を輩出してきた。これは（詰め込み教育という批判はあるものの）高校までにかなり多くの知識を圧縮して学ぶことが、図らずも傑出した才能の発現につながってきたからだと思われる。

ところが数学の教育に関しては、このような優位性はここ十数年間で急速に失われた。最大の変化は「空間図形」と「行列と一次変換」の2項目が高校の教科書から消えたことである。これらは大学初年次に学ぶ線形代数のプロトタイプであり、多変数の微積分の理解にも不可欠である。またコンピューターのプログラミングや情報処理においても中心的な役割を果たす。工学的な視点からも、空間図形や写像の知識がない学生が機械の設計を行うことはまず不可能であろう。したがって、もし空間図形、行列、写像などについて高校で一切学ばず、さらに大学でもじっくりと時間をかけて学習する機会が与えられないということになれば、理工系学生諸君の将来の活躍の道は完全に閉ざされてしまうだろう。たとえば空間図形の知識がなければ、コンピューターグラフィックスのプログラムを書くことも読むことも不可能である。また行列の理解がなければ、昨今切実に求められているビッグデータの解析など望みえないことも明らかであろう。大学における微積分や線形代数の理解が不十分になることは、数学だけでなく物理や化学、地球科学、工学、生物学などの研究にも深刻な悪影響を及ぼす。つまり、これは数十年前の基本的な文献さえ読めなくなることを意味する。これでは、ありとあらゆる国際競争の場面からほぼ全員が（参加す

ることもなく) 敗退することは必至である。

本教科書「数学リテラシー」は、以上のような日本の数学教育にまつわるきわめて危機的な状況を、少しでもよい方向へ戻すことを願って企画された。つまり、日本の教育行政が今後猫の目のようにくるくると変化しても、強い数学力を身につけた学生たちが続々と育つよう、これを執筆した。「数学リテラシー」は、いわゆるリメディアル(再履修)教育の教材ではない。高校数学と大学数学の間の大きなギャップの解消(高大接続)を目的としている。そもそも「空間図形」と「行列と一次変換」が高校できちんと教えられていた時代でも、大学1年生がこのギャップを乗り越えるのは相当大変なことであった。現在ではかなり多くの学生がこれを乗り越えることができず、せっかくの大学4年間を無為に過ごしているようで、本当に気の毒である。高校と大学のギャップを埋めるのに何か適当な本が1冊あればよいが、現時点ではどうやら何冊かの本を読まない限りギャップの解消は難しいようである。そこで我々は、たった1冊でこの問題を一気に解決することを目標に、本教科書「数学リテラシー」を執筆した。「空間図形」と「行列と一次変換」だけでなく、「集合と写像」、「イプシロン・デルタ論法」などの大学数学では初歩的な部分だが、初学者にとっては敷居の高い項目についても丁寧な説明を心がけた。総じてこの教科書1冊に軽く目を通すことで、大学初年次の線形代数と微積分の概観がつかめるものと期待している。読者は、またこれにより大学数学を学ぶ上での基本的な「リテラシー」を身につけられるだろう。できるだけ多くの学生に手にとって気軽に読んでもらえるよう、我々は本教科書の執筆にあたり、説明や証明のわかりやすさ、例の選択などについて最大限の配慮をした。また取り扱う内容はもっとも基本的かつ重要なものにしぼり、本文の長さをわずか百数十ページに圧縮した。これにより、レベルを下げることなく、まさに「ねっころがってもスラスラ読める」読みやすさが実現できたのではないかと期待している。実際高校の数学の教科書は、ほとんどの学生が無理なく通読できるよう書かれている。我々は、まさに「高校4年の教科書」のように万人に受け入れられる読みやすさを目標に「数学リテラシー」を執筆した。さらに最小限の努力と忍耐でもっとも高いレベルに到達できるよう、これまでの知識とノウハウを総動員した。

高大接続を必要とする大学1年生だけでなく、受験勉強だけでは飽き足りない向学心の旺盛な高校生にも本教科書は大いに薦められる。実際、多くの中高

一貫の進学校では、高校2年次までに高校数学をひと通り学習し、最終年度の高校3年では受験勉強に専念するようである。感性のもっとも豊かな時期に、受験問題を解く練習をするばかりで、大学で学ぶような数学の楽しさや美しさ、一般性の感じられるより高度な数学を勉強する機会が彼らに与えられていないのは残念である。そのような諸君にも是非、本教科書を手に取ってもらいたい。「あとがき」でも詳しく述べるように、じつは本教科書を読み終えることで、微積分と線形代数だけでなく群論、初等整数論、複素関数論、微分幾何、ベクトル解析、トポロジーなどのより高度な現代数学にもすんなり入っていけるようになっていく。本教科書が、前途有望な高校生が数学に目を開ききっかけとなれば幸いである。

さらに数学とはまったく異なる専門の学生や研究者、会社員、公務員の方々も、本教科書を（ねっころがってスラスラ）読まれることで、これまでは決して容易には学ぶことのできなかった、より本格的で厳密な数学の証明や議論の進め方を学ぶことができるだろう。数学の議論は他の分野のものとは異なり、各ステップが厳密（100%正確）であるがゆえに、何度積み重ねても絶対に倒れない魔法の塔のように限りなく積み重ねていくことができる。これにより、じつに多くの美しい理論や定理が得られている。これは数学の、他の学問にはない際だった特徴である。しかしながら我々は、このような厳密な議論の積み重ねで深い真理に到達できる数学の議論の方法が、数学科出身者だけの専売特許となっているのをつねづね残念に思っていた。本教科書がその一般社会への普及の一助となれば幸いである。数学の美しい結果は、現実社会においても素晴らしい応用がまたあるに違いない。数学の議論の仕方や知識が一般社会に広く普及すれば、学問や文化の発展が大いに期待できるだろう。以上まとめると、本教科書はおおむね次のような方々を読者として想定している：

- (1): 高大接続を必要とする大学1年生
- (2): 受験勉強では飽き足らない向学心が旺盛な高校生
- (3): 数学の議論の仕方を学びたい他分野の研究者

本教科書により数学ファンが一人でも増え、ここに書いてあることが特に理工系の学生や研究者にとってごく当たり前の常識となる日が来れば、望外の幸

せである。本教科書の執筆にあたり、筑波大学の実に多くの先生方より貴重なご意見を頂いた。特に木村健一郎、木下保、佐垣大輔、桑原敏郎の4氏は、原稿を細部まで詳しく読み、非常に多くの修正点や改良案をご指摘頂いた。本教科書の完成度を上げ、無事に世に送り出すことができたのは、ひとえに彼らのおかげである。これを深く感謝する次第である。最後にこのような貴重な機会を与えてくださった共立出版の方々に深くお礼申し上げる。

2018年11月吉日

筑波大学 竹内 潔
久保隆徹