

# 目 次

<b>第 1 章 大数の法則</b>	<b>1</b>
1.1 積み上げることと正負の打ち消しと . . . . .	1
1.2 大数の強法則 . . . . .	5
1.3 ランダムウォークとアボガドロ数 . . . . .	14
1.4 大数の完全法則の証明のあらすじ . . . . .	19
1.5 グリヴェンコ・カンテリの定理 . . . . .	21
<b>第 2 章 実確率変数の不等式と収束のオーソドックスな入門</b>	<b>27</b>
2.1 基礎不等式 . . . . .	27
2.2 収束と距離 . . . . .	34
2.3 実確率変数列の確率収束 . . . . .	37
2.4 実確率変数列の概収束 . . . . .	42
2.5 実確率変数列の完全収束 . . . . .	50
<b>第 3 章 独立実確率変数列の大数の完全法則の証明</b>	<b>57</b>
3.1 大数の完全法則の証明 . . . . .	57
3.2 ヒンチンの不等式 . . . . .	63
3.3 イェンセンの不等式と条件付き期待値 . . . . .	68
3.4 マルチンケヴィチ・ジグムンドの不等式 . . . . .	72
3.5 大数の強法則の初等的証明 . . . . .	76

<b>第 4 章</b>	<b>セミノルム付き線形空間の少しマニアックな入門</b>	<b>83</b>
4.1	セミノルム付き線形空間 . . . . .	84
4.2	ヒンチンの不等式の一般化 (性質 $K_{r,q}$ と $K'_{U,r,q}$ ) . . . . .	86
4.3	有限次元線形空間のノルム . . . . .	89
4.4	有限次元線形空間は性質 $K_{2,q}$ を持つ . . . . .	102
4.5	有界差異法による $K'_{U,r,q}$ の $q = 1$ への帰着 . . . . .	104
<b>第 5 章</b>	<b>有界変動関数の空間と一般化したグリヴェンコ・カ ンテリの定理</b>	<b>113</b>
5.1	単調関数の基礎性質 . . . . .	114
5.2	有界変動関数の線形空間 $BV(\mathbb{R})$ . . . . .	118
5.3	$BV(\mathbb{R})$ は性質 $K_{r,q}$ を持たないが性質 $K'_{U,2,q}$ を持つ . . . . .	122
5.4	単調関数値に一般化したグリヴェンコ・カンテリの定理 . . . . .	127
5.5	$L^p$ 空間は性質 $K_{2 \wedge p,q}$ を持つ . . . . .	134
<b>第 6 章</b>	<b>一般化ヒンチンの不等式と線形空間値大数の完全法 則</b>	<b>141</b>
6.1	パンドラの箱 . . . . .	141
6.2	セミノルム付き線形空間値列の完全収束 . . . . .	149
6.3	確率空間と確率変数列への要請 . . . . .	151
6.4	セミノルム付き線形空間値の大数の完全法則 . . . . .	156
6.5	例：一様評価のノルム付き線形空間再訪 . . . . .	163
<b>参考文献</b>		<b>169</b>
<b>索 引</b>		<b>171</b>