

はしがき

本書は、理工学系大学の学部2年次の学生を対象に、微積分と線形代数の知識を既知として、3次元空間内の曲線と曲面の幾何学的性質、物理学を理解する上で必要なベクトル値関数の微積分、初歩的なテンソル計算とそれらの物理学への応用を習得することを目指して執筆した。

ベクトル解析に関する書物は非常に多くあるが、本書は力学・電磁気学の理解の礎となり、かつ3次元の曲面のもつ幾何的性質を解説し、微分幾何学の初歩も含めた書物になるよう書いたつもりである。そのために二部構成とし、工学に応用が広い内容を基本編とし、微分幾何学の入門的側面は発展編とした。学部2年次のベクトル解析の教育内容としては、基本編だけで十分であろう。以下、章立てについて述べていこう。

まず第1章では内積と外積の基本事項について説明を加えた。外積は大学で習う概念であるので、しっかり身につけてもらいたい。次に、ベクトル値関数の微分演算と曲線の性質、曲面の性質を第2章で解説する。第3章では、ベクトル解析において基本的な概念である場を導入し、勾配、発散、回転といった様々な微分について解説する。これらの概念は、次の章である第4章においてもよく現れる。この章では、ベクトル解析の中心的話題であるガウスの定理などの積分定理について解説を行う。この内容の物理学への応用例を第5章で扱う。力学・電磁気学・流体力学において、どのようにガウスの定理、ストークスの定理が適用されているか確認できるようにした。物理学の法則は実験事実によるものであるので、導出は基本的にしないことにしている。この章では、「学而時習之不亦説乎」(一度勉強して、その後、適切な時期に復習するとよくわかるのは楽しいことではないか)の気持ちを味わっていただけたらと思う。以上が基本編の内容である。

次に発展編について述べる。発展編は、学部2年次としては少し高度な内容になっているので、学年が上がってから読み返すなど必要と興味に応じて読めばよい構成にしてある。半年の1コマの講義で、発展編まで進むことはまず不可能であろうと思われる。

第6章は微分幾何学の初歩というべき内容になるが、微分形式を導入して第2章の考え方を見通しよくするとともに、第8章のテンソルへの導入の意図もあって、ここで解説する。また第7章では、曲面上の曲線の長さについて、微分形式の立場からの見方であるリーマン計量について解説する。第8章では、前の2つの章の内容をもとにテンソルの概念を導入するが、テンソルについては初歩的な解説に留めた。この章の最後に、多少飛躍するが、リーマン計量とテンソル計算が典型的に用いられている例としてアインシュタインの重力場の方程式を紹介し、「シュヴァルツシルトの考え方」に従って解くことまでを解説した。

本書を編むに当たっては、大阪府立大学工学域および龍谷大学理工学部での「ベクトル解析」の講義ノートをもとにし、テンソル解析に当たる部分は、著者の1人が宮崎大学工学研究科で講義した内容をもとにしている。それを相当程度加筆して、著者同士の全面的な討論の後、ひとつの冊子としてまとめたものである。図については、TikZ と Maple 2017 を使用して描いた。

原稿全般を読んで問題点を指摘していただき、なおかつ有用な助言をいただいた大阪府立大学理学系研究科の入江幸右衛門氏と松永秀章氏には深く感謝申し上げます。物理学者の立場から貴重な助言をくださった大阪府立大学大学院理学系研究科の会沢成彦氏にも深く感謝申し上げます。さらに、同僚である田畑稔氏、山口陸氏、城崎学氏、山岡直人氏、谷川智幸氏、菅徹氏、共同研究者でもある明治大学総合理工学部の二宮広和氏からも貴重なご意見をいただいた。併せて御礼を申し上げます。

遅々として進まない筆に寛容であった共立出版の潤賀浩明氏、高橋萌子氏はじめ編集部の皆様にも感謝の意を表したい。

2019年2月