

目 次

第 1 章	数値計算における誤差	1
1.1	計算機における実数の表現	1
1.2	丸め誤差	3
1.2.1	丸めと丸め誤差	3
1.2.2	情報落ち	4
1.2.3	桁落ち	6
1.3	打ち切り誤差	9
1.3.1	打ち切り誤差	9
1.3.2	打ち切り誤差の緩和	10
1.4	誤差の伝播	12
第 2 章	線形方程式の数値アルゴリズム	15
2.1	ノルム	15
2.1.1	ベクトルノルム	15
2.1.2	行列ノルム	16
2.2	条件数	18
2.3	グラム-シュミットの直交化法	19
2.3.1	古典的グラム-シュミット法	19
2.3.2	修正グラム-シュミット法	20
2.4	直接法	22
2.4.1	ガウス消去法	22
2.4.2	LU 分解	26

viii 目 次

2.4.3	コレスキー分解	31
2.4.4	反復改良法	33
2.5	定常反復法	34
2.5.1	ヤコビ法	35
2.5.2	ガウス・ザイデル法	36
2.5.3	S O R法	36
2.5.4	定常反復法の収束性	37
2.5.5	ヤコビ法, ガウス・ザイデル法, S O R法の収束性	40
第3章	固有値問題の数値アルゴリズム	43
3.1	固有値とその応用	43
3.1.1	定義	43
3.1.2	応用	43
3.1.3	数学的性質	45
3.2	ヤコビ法	46
3.2.1	アルゴリズム	46
3.2.2	収束証明	48
3.3	3重対角行列への変換	50
3.3.1	ハウスホルダー変換	51
3.3.2	3重対角行列への変換	52
3.3.3	逆変換	54
3.4	QR法	55
3.4.1	基本的なアルゴリズム	55
3.4.2	実対称3重対角行列に対するQR法の収束証明	56
3.4.3	計算効率化のための工夫	67
3.5	2分法・逆反復法	68
3.5.1	2分法による固有値計算	68
3.5.2	逆反復法による固有ベクトル計算	73
3.6	分割統治法	75
3.6.1	原理	75

3.6.2	デフレーション	80
3.6.3	固有方程式の数値解法	82
3.6.4	固有ベクトルの安定な計算法	83
第 4 章	線形最小二乗問題	87
4.1	問題の定式化	87
4.2	QR 分解による解法 I: グラム-シュミット法	89
4.3	QR 分解による解法 II: ハウスホルダー法	91
4.4	特異値分解による解法	94
4.4.1	特異値分解とは	94
4.4.2	数学的性質	96
4.4.3	計算法	97
4.4.4	最小二乗法への応用	101
4.5	不適切問題の正則化	102
4.5.1	特異値分解の打ち切りによる方法	102
4.5.2	チコノフの正則化	103
第 5 章	非線形方程式の数値アルゴリズム	107
5.1	単独非線形方程式	107
5.1.1	縮小写像の原理	108
5.1.2	ニュートン法	110
5.2	連立非線形方程式	114
5.2.1	縮小写像の原理	115
5.2.2	ニュートン法	116
5.3	代数方程式	118
5.3.1	平野法	119
5.3.2	デュラン・ケルナー法	121
第 6 章	関数近似	127
6.1	最良近似	127
6.1.1	一意性	128

x	目次	
	6.1.2 最良近似 (関数) の特徴	129
	6.1.3 最良近似 (関数) の数値計算法	130
	6.2 多項式による補間	133
	6.2.1 エルミート補間公式	136
	6.3 有理近似	138
	6.4 スプライン補間	140
第7章	数値微分法と加速法	145
7.1	補間による数値微分	145
7.1.1	多項式補間に基づく数値微分	145
7.1.2	スプライン補間に基づく数値微分	146
7.1.3	複素指数関数による補間に基づく数値微分	147
7.1.4	その他の基底関数に基づく数値微分	147
7.2	差分近似による数値微分	148
7.2.1	差分近似の公式	148
7.2.2	刻み幅 h の定め方	151
7.2.3	多項式補間に基づく数値微分と差分近似の等価性	152
7.3	加速法の適用	154
7.4	数式処理による微分と高速自動微分	155
7.4.1	数式処理による微分	156
7.4.2	複素数を利用した微分	156
7.4.3	高速自動微分	158
第8章	数値積分	161
8.1	台形公式	161
8.1.1	台形公式の誤差	162
8.1.2	台形公式の実装	165
8.2	加速型公式 (ロンベルグ積分)	166
8.3	補間型公式	168
8.3.1	ニュートン・コーツ公式	169

8.3.2	ガウス公式	171
8.4	変数変換型公式	178
8.4.1	IMT 公式	179
8.4.2	二重指数関数型公式 (DE 公式)	179
第 9 章	常微分方程式の数値アルゴリズム	183
9.1	線形多段階法	183
9.2	オイラー法とその精度	184
9.3	アダムス法	187
9.4	予測子修正子法	190
9.5	ルンゲ・クッタ法	192
9.6	数値解の誤差の推定とその応用	199
9.7	数値的安定性	203
第 10 章	偏微分方程式の数値アルゴリズム	209
10.1	差分法	209
10.2	有限要素法	213
10.2.1	弱形式の導出	213
10.2.2	連立一次方程式の導出	215
10.2.3	具体例	217
10.3	境界要素法	222
10.3.1	ラプラス方程式の基本解	223
10.3.2	積分方程式の導出	224
10.3.3	境界積分方程式の離散化	225
10.3.4	連立一次方程式の導出	226
10.4	スペクトル法	228
10.4.1	フーリエ・ガラーキン法	228
10.4.2	チェビシェフ・選点法	231
索 引		236