

目 次

序 論	この本はどんな本か	3
1.	足すこと	3
2.	興味のある和	5
第 I 部	有限和	13
第 1 章	導 入	15
1.	最大公約数	15
2.	合同式	19
3.	ウィルソンの定理	20
4.	平方剰余と非剰余	22
5.	ルジャンドル記号	24
第 2 章	二つの平方数の和	27
1.	解答	27
2.	証拠はプディングの中にはない	32
3.	定理 2.1 と定理 2.3 の十分条件である部分の証明	34
4.	証明の詳細	35
第 3 章	3 個と 4 個の平方数の和	38
1.	3 個の平方数	38
2.	幕間	39
3.	4 個の平方数	39
4.	4 より大きい個数の平方数の和	41
第 4 章	高次のベキの和：ウェアリングの問題	43
1.	$g(k)$ と $G(k)$	43
2.	4 乗ベキの和	45

3.	高次のベキ乗	47
第5章	単純な和	48
1.	最初の段階にもどる	48
2.	低いベキ乗の和	49
第6章	ベキ乗の和, 代数を用いて	57
1.	歴史	57
2.	平方	59
3.	嬉遊曲: 二重和	62
4.	入れ子式の和	64
5.	帰ってきた入れ子	66
6.	余談: オイラー・マクローリンの和	73
第II部	無限和	77
第7章	無限級数	79
1.	有限幾何級数	79
2.	無限幾何級数	81
3.	二項級数	82
4.	複素数と関数	85
5.	無限幾何級数, 再び	87
6.	無限和の例	89
7.	指数関数 e^x と e^z	91
8.	ベキ級数	93
9.	解析接続	97
第8章	記号の特色	102
1.	上半平面 H	102
2.	再び指数関数 e^z	103
3.	q , 穴あき単位円板 Δ^* , と単位円板 Δ^0	104
第9章	ゼータ関数とベルヌーイ数	109
1.	神秘的な公式	109

2.	無限積	110
3.	対数微分法	112
4.	さらに続く二つの小道	114
第 10 章 方法を数える		116
1.	母関数	116
2.	母関数の例	120
3.	母関数の最後の例	126
第 III 部 モジュラー形式とその応用		131
第 11 章 上半平面		133
1.	復習	133
2.	帯	134
3.	幾何学とは何か?	136
4.	非ユークリッド幾何学	139
5.	群	141
6.	行列群	145
7.	双曲的非ユークリッド平面の運動群	148
第 12 章 モジュラー形式		154
1.	術語	154
2.	$SL_2(\mathbf{Z})$	155
3.	基本領域	157
4.	ついにモジュラー形式	160
5.	変換特性	162
6.	増大条件	165
7.	要約	166
第 13 章 モジュラー形式はどのぐらいたくさんあるのか?		167
1.	無限集合の数え方	167
2.	M_k と S_k はどのぐらい大きいのか?	171
3.	q 展開	176

4.	モジュラー形式を掛ける	178
5.	ベクトル空間 M_k と S_k の次元	183
第 14 章	合同群	187
1.	ほかの重み	187
2.	整数の重みと高次のレベルをもつモジュラー形式	190
3.	基本領域とカスプ	191
4.	半整数の重みをもつモジュラー形式	193
第 15 章	分割と平方数の和, 再訪	195
1.	分割	195
2.	平方数の和	199
3.	数値的な例と哲学的考察	206
第 16 章	続・モジュラー形式	211
1.	ヘッケ作用素	211
2.	新しい衣服, 古い衣服	218
3.	エル関数 L	221
第 17 章	まだほかにあるモジュラー形式の応用	224
1.	ガロア表現	225
2.	楕円曲線	228
3.	ムーンシャイン	230
4.	より大きな群 (佐藤-テイト)	232
5.	後記	235
	参考文献	237
	記号表, 参考文献, 訳者あとがき	241
1.	記号表	241
2.	参考文献	244
3.	訳者あとがき	245
	索引	251