まえがき

統計学において，代数的な方法は以前から用いられてきた．例えば多変量解析や統計的推定理論において，群の作用にともなう不変性の概念は重要な役割を果たしてきた．ところで，1990 年代の半ばに現れた「計算代数統計」の分野は，統計学におけるそれ以前の代数学の応用と比較して，以下の 2 点において新たな展開をもたらしたと言える．1) グレブナー基底の理論とアルゴリズムを用いることによって，マルコフ基底の計算など，統計学の応用にも直接役に立つ代数的な（非数値的な）計算が可能となった，2) 統計学のさまざま問題から，代数学，特に可換環論においても新たな理論的展開をもたらし，統計学と代数学の双方向的な発展をうながした．

本書では，統計モデルに対する計算代数的アプローチについて，これまでの筆者達の研究成果をもとに紹介する．本書は統計理論に興味を持つ学部上級の学生から，統計科学を専攻する大学院生，統計科学諸分野に携わる研究者や大学教員などの方々を対象として書かれている．前提とする数理的知識は，学部レベルの初等的な微積分，線形代数，確率・統計のみである．

本書の内容は以下のとおりである．

序章（第 1 章）では，本書でとり上げる計算代数統計の三つの話題について概観する．第 I 部（第 2 章から第 6 章）はマルコフ基底を用いた正確検定に関する内容であり筆者達による著書 [3] の主な内容を示したものである．第 II 部（第 7 章から第 11 章）はグラフィカルモデルや条件つき独立性に関する筆者達の研究成果をまとめたものである．第 III 部（第 12 章から第 14 章）は実験計画法へのグレブナー基底の応用やその他の代数的なアプローチについて説明している．付録では，本書を読む上で必要となるグレブナー基底の理論とア

ルゴリズムに関する基礎事項をまとめている．

計算代数統計は本書で扱った話題にとどまらず，微分作用素環のグレブナー基底の統計への応用など，現在でも大きな展開を見せている．この話題については [51, 第 6 章] を参照されたい．

以下，本書で用いる記法について簡単にまとめておく．$\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$ はそれぞれ実数，有理数および整数の集合を表す．また $\mathbb{N}$ は非負整数の集合を表す．これらを要素とする n 次元ベクトルの集合を $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{Q}^n$, $\mathbb{Z}^n$, $\mathbb{N}^n$ と表す．ベクトルは $\boldsymbol{x}$ のように原則として太文字で表し，列ベクトルとする．$\boldsymbol{x}$ の転置は $\boldsymbol{x}'$ と表す．

最後に，本書執筆の機会をくださった吉田朋広先生（東京大学），栗木哲先生（統計数理研究所），グレブナー基底についてご教示いただいた日比孝之先生（大阪大学），また最後まで執筆にご支援いただいた共立出版編集部の方々に深い感謝の意を表する．

2019 年 4 月

青木　敏
竹村彰通
原　尚幸