

はじめに

ベクトル解析は、電磁気学、連続体の力学などへ応用するために物理学や工学において重要であるばかりではなく、偏微分方程式の理論、微分幾何学、ポテンシャル論などの数学のほかの分野への橋渡しもしている。

本書は、一つあるいはいくつかの変数のベクトルに値をもつ関数の微積分学であるベクトル解析学の入門書である。読者が、大学初年級での多変数関数の微積分法の初歩的な事柄を学んでいることを仮定する。ただし陰関数定理と重積分の変数変換公式は本書に必要な範囲で説明する。テンソル場や微分形式は、本書では取り上げない。また、例を多く取り入れ、その中で物理への応用の話題にも触れた。さらに、各章の終わりに練習問題を付け加え、巻末にその解答において、理解が深まるよう努めた。理解を助けるための図も随所に載せた。

さて、本書の内容を簡単に説明する。第1章では、ベクトルの内積と外積、および平行四辺形の面積と平行六面体の体積の表現を説明したあと、曲線と曲面上の関数の積分について解説する。スカラー場の勾配ベクトル、ベクトル場の発散、回転などの微分演算、およびベクトル場の曲線に沿う線積分、曲面上の面積分を説明したあと、グリーンンの定理とストークスの定理を解説する。これが第2章の内容である。第3章では空間のベクトル場に対するガウスの発散定理を証明する。第2章の平面の場合とは少し異なった視点から説明を試みる。次にグリーンンの積分公式を導いて、その応用をいくつか与える。特にニュートンポテンシャルが満たすポアソン方程式について解説する。

ベクトル解析を展開して、曲線、曲面、空間の幾何の深い理解につなげることができる。第4章では、平面あるいは空間の中の曲線を考え、その曲率につ

いて説明する。次に空間内の曲面を考え、その曲がり方を表す主曲率、ガウス曲率、平均曲率ベクトルや、曲面の中の曲線の測地的曲率を導入する。曲線の長さや曲面の面積に関する微分公式を紹介し、測地的曲率と平均曲率ベクトルの意味するところを述べる。最後に第2章のグリーンの定理を用い、関連事項を積み重ねて、著名なガウス-ボネの定理に到達する。

金沢大学の授業科目「基礎解析 2A2B」でアクティブラーニングアドバイザーを担当した久保歩氏には、図の作成を援助していただいた。また、川上裕氏と査読者には、原稿に注意深く目を通して多くの有益な指摘をしていただいた。ここに心より感謝の意を表する。

2019年7月

加須栄 篤