

目 次

第 1 章	ベクトルと行列	1
1.1	行列に関する基礎的な事柄	1
1.1.1	行列の定義	1
1.1.2	列ベクトルと行ベクトル	2
1.1.3	正方行列	2
1.1.4	行列の和と積	4
1.1.5	逆行列と直交行列	5
1.2	行列式に関する基礎的な事柄	6
1.2.1	行列式の定義	6
1.2.2	行列式の持つ特性	7
1.3	ベクトルに関する基礎的な事柄	8
1.3.1	内積, 外積およびノルム	8
1.3.2	行列の列ベクトルおよび行ベクトルによる表記	9
1.4	ベクトルの線形独立および直交性	10
1.4.1	ベクトルの線形結合と線形独立	10
1.4.2	ベクトルの正規直交性	12
1.5	行列に関する計算規則	13
1.5.1	基本的な計算規則	13
1.5.2	分割された行列に関する計算規則	15
1.6	ベクトルと行列のノルム	17
1.6.1	ベクトルのノルム	17
1.6.2	行列のノルム	18
問 題		19

第 2 章	行列の特異値展開	20
2.1	行列の固有値と固有ベクトル	20
2.1.1	定義と基本的な事柄	20
2.1.2	固有ベクトルの線形独立性	21
2.1.3	行列の対角化	22
2.1.4	実対称行列の固有値と固有ベクトル	24
2.2	半正定値行列の固有値と固有ベクトル	26
2.2.1	半正定値行列とは	26
2.2.2	$\mathbf{F}^T \mathbf{F}$ と $\mathbf{F} \mathbf{F}^T$ の固有値と固有ベクトルの関係	27
2.3	行列の特異値展開	28
2.3.1	特異値展開の導入	28
2.3.2	行列の特異値展開による表現	30
2.3.3	行列のランク	32
2.4	正方行列の特異値展開	33
2.4.1	半正定値行列の場合：固有値展開との関係	33
2.4.2	逆行列の特異値展開による表現	35
2.5	特異値の性質と行列のノルム	37
2.6	補遺：実対称行列の固有ベクトルの直交性	39
	問 題	42
第 3 章	ベクトル空間	44
3.1	ベクトル空間の定義	44
3.2	部分空間	45
3.3	線形結合, スパンおよび基底	45
3.4	行列に関する 4 つの部分空間	47
3.4.1	行列の列空間と行空間	47
3.4.2	行列の 2 つの零空間	50
3.5	特異値展開と行列の 4 つの部分空間	52
3.5.1	分割行列に対する列空間と零空間の関係	52

3.5.2	特異値ベクトルで表した4つの部分空間	53
3.6	ベクトル空間の次元	55
3.6.1	列(行)ベクトルの線形独立性	55
3.6.2	ベクトル空間に含まれる線形独立なベクトルの数	56
3.6.3	次元の定義と一意性	59
3.7	共通部分空間と部分空間の和	62
3.8	部分空間の角度	64
3.9	直和と補空間	65
3.9.1	部分空間の直和	65
3.9.2	補空間と直交補空間	67
問 題	68
第4章	線形方程式と最小二乗法	70
4.1	最小二乗解	70
4.2	正射影と射影行列	74
4.2.1	正射影	74
4.2.2	射影行列	76
4.3	正射影を用いた最小二乗法の解釈	79
4.4	ミニマムノルム解	80
4.5	係数行列 H が特異行列に近い場合への対応	82
4.5.1	H の特異値スペクトルとランクの推定	82
4.5.2	条件数	83
4.5.3	擬似逆行列解	84
4.5.4	正則化	87
問 題	89
第5章	センサーアレイデータにおける信号とノイズの分離	90
5.1	センサーアレイを用いた計測	90
5.2	計測データの表現	91

目 次

5.2.1	信号の表現と基本的な定義	91
5.2.2	センサー応答ベクトル	92
5.2.3	低ランク信号モデリングと信号部分空間	93
5.2.4	時系列計測データの行列表現	95
5.3	信号部分空間の推定	96
5.3.1	$\mathcal{E}_S = \mathcal{C}(\mathbf{B}_S)$ の証明	96
5.3.2	$\mathcal{C}(\mathbf{B}_S) = \mathcal{C}(\mathbf{B})$ の証明	98
5.4	信号とノイズの分離：信号部分空間投影	102
5.4.1	ノイズ除去への応用	102
5.4.2	妨害信号除去への応用	106
5.5	補遺：信号部分空間の最尤推定	110
	問 題	113
第 6 章 時間領域での信号とノイズの分離		114
6.1	時間領域における信号部分空間の定義	114
6.2	時間領域の信号部分空間投影	116
6.3	妨害信号の除去	117
6.3.1	妨害信号に対する信号部分空間投影	117
6.3.2	適応ノイズ除去	118
6.3.3	適応ノイズ除去：従来の導出	120
6.4	共通部分空間投影	121
6.4.1	共通部分空間とは	121
6.4.2	部分空間の角度と角度ベクトルの計算	122
6.4.3	共通部分空間投影による妨害信号の除去	123
6.4.4	共通部分空間投影の妥当性	125
	問 題	127
第 7 章 信号源推定		128
7.1	問題の定式化	128

7.2	非線形最小二乗法を用いた解	129
7.3	ノイズ部分空間の性質を用いた信号源推定法	132
7.3.1	ノイズ部分空間の性質	132
7.3.2	MUSIC アルゴリズム	133
7.3.3	多次元 MUSIC アルゴリズム	134
7.4	ビームフォーミング	136
7.4.1	空間フィルター	136
7.4.2	ミニマムノルムフィルター	137
7.4.3	ビームフォーマー重みベクトルの導出	139
7.4.4	重みベクトルの特性	141
7.4.5	ビームフォーマーパワー出力と MUSIC メトリック の関係	144
7.4.6	信号源の相関の影響	145
7.4.7	出力の SN 比とアレイ mismatches	146
	問 題	150
第 8 章 ベイズ機械学習の基礎		152
8.1	ベクトル確率変数と多変量正規分布	152
8.1.1	ベクトル確率変数	152
8.1.2	多変量正規分布	153
8.2	ガウス確率モデルとベイズ線形回帰	154
8.2.1	ガウス確率モデル	154
8.2.2	事後確率分布の導出	155
8.2.3	周辺分布の導出	156
8.2.4	ハイパーパラメータの学習	159
8.2.5	スパースベイズ学習	162
8.3	混合ガウスモデルとハイパーパラメータの学習	163
8.3.1	混合正規分布	163
8.3.2	ハイパーパラメータの学習	164
	問 題	167

第9章 数値実験	168
9.1 コンピュータシミュレーションの設定	168
9.2 ノイズ除去実験	170
9.3 妨害信号除去	171
9.3.1 空間的な信号部分空間投影による妨害信号除去	171
9.3.2 時間的な信号部分空間投影による妨害信号除去	173
9.4 信号源推定	175
9.5 スパースベイズ学習に関するコンピュータシミュレーション	178
9.6 到来方向推定	179
9.7 混合ガウスモデルを用いたクラスター分離	183
9.8 ベイズ線形回帰のコンピュータシミュレーション	184
付録 数学的補足	186
A.1 確率と統計についての補足	186
A.1.1 確率分布・期待値・分散	186
A.1.2 最尤推定法	187
A.1.3 ベイズ推定	189
A.2 逆行列と微分の公式	190
A.2.1 スカラーの行列・ベクトルでの微分	190
A.2.2 行列に関するいくつかの公式	192
問題の解答	193
参考文献	215
索引	217