2019/6/27

『数学リテラシー』(竹内潔・久保隆徹著)初版 1 刷 の正誤表

このノートは，竹内潔・久保隆徹著『数学リテラシー』(共立出版，2018 年 12 月刊，初版 1 刷) の正誤表とコメントをまとめたものです.[1]以下,「本編の訂正」「問解答の訂正」「読者へのコメント」の 3 パートに分かれています．変更部分は赤で強調しました.

「本編」の訂正

- **はじめに** 上から 1 行目

  誤： 中国の古典「菅子」

  正： 中国の古典「管子」

- **p.16** 上から 4 行目

  誤： 特に $A_1 = A_2 = \cdots = A_n$ のとき，$\prod_{i=1}^{n} A_i$ を A^n と略記する.

  正： 特に $A_1 = A_2 = \cdots = A_n = A$ のとき，$\prod_{i=1}^{n} A_i$ を A^n と略記する.

- **p.26** 下から 5 行目

  誤： が成り立ち，命題 2.1.1 より $f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ が全単射であることがわかる.

  正： が成り立ち，系 2.1.1 より $f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ が全単射であることがわかる.

- **p.28** 上から 2 行目

  誤： この様子を図示すると以下のようになる.

  正： この様子を図示すると前のページのようになる.

- **p.56** 下から 5 行目

  誤： この定理の $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ のベクトル 3 重積と呼ぶ.

  正： この定理の $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ のスカラー 3 重積と呼ぶ.

  ※ ベクトル 3 重積は $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ のことをいう.

- **p.72** 上から 2 行目

  誤： により g のグラフ $\Gamma_g = \{z = g(\xi, \eta)\} \subset \mathbb{R}^3$ は f のグラフ $\Gamma_f = \{z = f(x, y)\} \subset \mathbb{R}^3$ に移される.

  正： により g のグラフ $\Gamma_g = \{(\xi, \eta, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2, z = g(\xi, \eta)\} \subset \mathbb{R}^3$ は f のグラフ $\Gamma_f = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2, z = f(x, y)\} \subset \mathbb{R}^3$ に移される.

[1]以下の方から誤植等をご指摘いただきました．ありがとうございました.
筑波大学：羽田野祐子先生，佐野幸恵先生，岡田朗先生，佐垣大輔先生，鈴木勉先生，長谷川学先生

※ 本書のように書くこともあるが，初学者にもわかりやすいように修正した．

- **p.112** 上から 8 行目，**p.114** 下から 7 行目

  誤： よってはさみうちの原理により，

  正： よってはさみうちの定理により，

  ※ 高校では「はさみうちの原理」として紹介される定理であるが，証明なしで紹介されるため「定理」ではなく「原理」とつくことが多い．一方，大学では証明をつけて紹介されるので「はさみうちの定理」と紹介されることが多い．本書についても「はさみうちの定理」で統一する．

「問解答」の訂正

- **p.146** 下から 6 行目

  誤： $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ であるから，$a \geq 1$ ならば A のすべての元 x に対して $x \leq a$ となる．

  正： $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ であるから，$a \geq 1$ のとき，かつそのときに限り A のすべての元 x に対して $x \leq a$ となる．

- **p.146** 下から 3 行目

  誤： $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ であるから，$b \leq 0$ ならば B のすべての元 x に対して $x \geq b$ となる．

  正： $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ であるから，$b \leq 0$ のとき，かつそのときに限り B のすべての元 x に対して $x \geq b$ となる．

- **p.146** 下から 2 行目

  誤： よって，$L(B) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$ がわかる．

  正： よって，$L(B) = \{b \in \mathbb{R} \mid b \leq 0\}$ がわかる．

- **p.147** 上から 2 行目

  誤： このことから，$a \geq 1$ ならば A のすべての元 x に対して，$x \leq a$ となることがわかる．

  正： このことから，$a \geq 1$ のとき，かつそのときに限り A のすべての元 x に対して，$x \leq a$ となることがわかる．

- **p.147** 上から 7 行目

  誤： このことから，$a \geq 3, b \leq -3$ ならば B のすべての元 x に対して，$b \leq x \leq a$ が成り立つことが分かる．

  誤： このことから，$a \geq 3, b \leq -3$ のとき，かつそのときに限り B のすべての元 x に対して，$b \leq x \leq a$ が成り立つことが分かる．

- **p.147** 上から 12-13 行目

誤： このことから，$b \leq 3$ ならばすべての C の元 x に対して $x \geq b$ が成り立つことがわかる．よって，$L(B) = \{b \in \mathbb{R} \mid b \leq 3\}$ となる．

正： このことから，$c \leq 3$ のとき，かつそのときに限りすべての C の元 x に対して，$x \geq c$ が成り立つことが分かる．よって，$L(C) = \{c \in \mathbb{R} \mid c \leq 3\}$ となる．

- **p.148** 上から 2-3 行目

誤： a_{2k} も a_{2k-1} も $a_{2(k-1)} \leq a_{2k}$，$a_{2k-3} \leq a_{2k-1}$ が成り立ち，$k \to \infty$ のとき，$a_{2k} \to \dfrac{1}{7}$，$a_{2k-1} \to \dfrac{5}{7}$ であることがわかる．

正： a_{2k} も a_{2k-1} も $a_{2(k-1)} \geq a_{2k}$，$a_{2k-3} \geq a_{2k-1}$ が成り立ち，$k \to \infty$ のとき，$a_{2k-1} \to \dfrac{1}{7}$，$a_{2k} \to \dfrac{5}{7}$ であることがわかる．

- **p.152** 下から 2 行目

誤： 左辺の行列の積を計算すれば

正： この行列の左 3 つの行列の積を計算すれば

- **p.157** 下から 3-1 行目

誤： それぞれの大きさ $|\overrightarrow{v}| = |\overrightarrow{u}| = \sqrt{2}$ で割って，対角化に必要な行列 P は $P = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ と求まる．これは直交行列であるので，逆行列 P^{-1} は $P^{-1} = {}^tP = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ となる．よって，$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

正： それぞれの大きさ $|\overrightarrow{v}| = |\overrightarrow{u}| = \sqrt{2}$ で割って，対角化に必要な行列 R は $R = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ と求まる．これは直交行列であるので，逆行列 R^{-1} は $R^{-1} = {}^tR = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ となる．よって，$R^{-1}AR = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

※　問題が対称行列なので，本編に従って直交行列で対角化を行った．

- **p.158** 上から 7-9 行目

誤： 対角化に必要な行列 P は $P = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ と求まる．これは直交行列であるので，逆行列 P^{-1} は $P^{-1} = {}^tP = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} & -1/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ となる．よって，$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

正： 対角化に必要な行列 R は $R = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ と求まる．これは直交行列であるので，逆行列 R^{-1} は $R^{-1} = {}^tR = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} & -1/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$ となる．よって，$R^{-1}AR = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ と対角化できる．

※ 問題が対称行列なので，本編に従って直交行列で対角化を行った．

- **p.160** 上から 9 行目

誤：$1 \leq k \leq p$ に対して $1 \leq \sigma_1 \leq p$,

正：$1 \leq k \leq p$ に対して $1 \leq \sigma_1(k) \leq p$,

- **p.163** 上から 13 行目～16 行目

誤： 2 つの直線はそれぞれ，$(x, y, z) = (-2t, 3t+3, t+2), (x, y, z) = (s+3, -2s-2, s+2)$ とパラメータ表示される．交点は $-2t = s+3, 3t+3 = -2s-2, t+2 = s+2$ の解である．3 つ目の式から $s = t$ がわかるので，1 つ目の式に代入すれば，$s = t = -1$ とわかる．これを 2 つ目の式に代入すると成立するので，交点が $(2, 0, 1)$ とわかる．

正： 2 つの直線はそれぞれ，$(x, y, z) = (-2t+2, 3t, t+1), (x, y, z) = (s, -2s+4, s-1)$ とパラメータ表示される．交点は $-2t+2 = s, 3t = -2s+4, t+1 = s-1$ の解である．3 つ目の式から $s = t+2$ がわかるので，1 つ目の式に代入すれば，$t = 0, s = 2$ とわかる．これを 2 つ目の式に代入すると成立するので，交点が $(2, 0, 1)$ とわかる．

- **p.163** 下から 6 行目～4 行目

誤： 2 つのベクトルのなす角を考えると

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|} = \frac{-1 + \sqrt{6} + 1}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

となる．$\frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{3}$ とわかるので，$\theta = \frac{\pi}{6}$ とわかる．

正： 2 つのベクトルのなす角 α を考えると

$$\cos\alpha = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|} = \frac{1 - \sqrt{6} - 1}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$$

となる．$\alpha = \frac{2\pi}{3}$ とわかる．2 つのベクトルのなす角は $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ で考えるのが一般的なので，$\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$ が 2 つのベクトル $\vec{m}, \vec{n}$ のなす角となる．これが $\frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{3}$ とわかるので，$\theta = \frac{\pi}{6}$ とわかる．

※ 内積が負になることを考慮して，直線の方向ベクトル，または平面の法線ベクトルの向きを逆にすると上のような修正は必要なくなる．

- **p.167** 下から 1 行目

誤： よって，$R = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$ とおく．

正： よって，$R = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$ とおく．

- **p.169** 下から 1 行目

誤： $|a_{2n} - \alpha| + |a_{2m+1} - \alpha| < 1 + 1 = 2$ が成り立つ．一方，

$$2 > |a_{2n} - \alpha| + |a_{2m+1} - \alpha|$$

正： $|a_{2m} - \alpha| + |a_{2m+1} - \alpha| < 1 + 1 = 2$ が成り立つ．一方，

$$2 > |a_{2m} - \alpha| + |a_{2m+1} - \alpha|$$

- **p.171** 上から 6 行目

誤： $a_n = 1 + 1 + \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k!} \frac{n(n-1) \cdot (n-k+1)}{n^k}$

正： $a_n = 1 + 1 + \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k!} \frac{n(n-1) \cdots (n-k+1)}{n^k}$

- **p.175** 上から 11 行目

誤： また，$f(x)$ は $x \in I$ で連続だから，

正： また，$f(x)$ は $a \in I$ で連続だから，

- **p.175** 下から 1 行目

誤： よって，命題 6.5.1 を用いれば，あとは「関数 h が区間 I で連続であるとき，$|h(x)|$ も区間 I で連続である」ことがいえればよい．

正： よって，命題 6.5.1 を用いれば，あとは「関数 $h(x)$ が区間 I で連続であるとき，$|h(x)|$ も区間 I で連続である」ことがいえればよい．

- **p.176** 上から 1-8 行目

誤： $a \in I$ から任意に 1 つ点を選ぶ．$f(x)$ は区間 I で連続であるから，任意の $\varepsilon > 0$ に対してある $\delta = \delta(\varepsilon, a) > 0$ が存在して，$|x - a| < \delta$ であれば $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ とできる．同じ δ を用いて絶対値 $|f(x)|$ が連続であることを調べる．絶対値の三角不等式（$|p + q| \leq |p| + |q|$）から $\big||f(x)| - |f(a)|\big| \leq |f(x) - f(a)| < \varepsilon$ が示せる．よって，任意の $\varepsilon > 0$ に対して $\delta > 0$ が存在して $|x - a| < \delta$ であれば，$\big||f(x)| - |f(a)|\big| < \varepsilon$ が成り立つ．このことから，点 a で $|f(x)|$ は連続となり，点 $a \in I$ は任意だから $|f(x)|$ は I で連続となる．

正： 点 a を I から任意に 1 つ選ぶ．$h(x)$ は区間 I で連続であるから，任意の $\varepsilon > 0$ に対してある $\delta = \delta(\varepsilon, a) > 0$ が存在して，$|x - a| < \delta$ であれば $|h(x) - h(a)| < \varepsilon$ とできる．同じ δ を用いて絶対値 $|h(x)|$ が連続であることを調べる．絶対値の三角不等式（$|p + q| \leq |p| + |q|$）から $\big||h(x)| - |h(a)|\big| \leq |h(x) - h(a)| < \varepsilon$ が示せる．よって，任

意の $\varepsilon > 0$ に対して $\delta > 0$ が存在して $|x-a| < \delta$ であれば，$\big||h(x)| - |h(a)|\big| < \varepsilon$ が成り立つ．このことから，点 a で $|h(x)|$ は連続となり，点 $a \in I$ は任意だから $|h(x)|$ は I で連続となる．

- **p.177** 上から 11 行目

  誤：$a_n = \dfrac{1 \cdot 3 \cdot (2n-1)}{n!}$ とおく．

  正：$a_n = \dfrac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{n!}$ とおく．

- **p.178** 脚注

  $\sqrt[n]{n} \to 1 (n \to \infty)$ は例 6.3.1 で既出．

読者へのコメント

- **p.8, 定義 1.3.2** について，

  「$A \subset \mathbb{R}$ が上に有界なとき，$U(A) \neq \emptyset$ の最小値 $\min U(A)$ を A の上限と呼び，$\sup A$ と記す.」とあるが，$A \subset \mathbb{R}$ が上に有界でないときは，A の上限は $\sup A = \infty$ と書くのが慣習である．同様に，$A \subset \mathbb{R}$ が下に有界でないときは，A の下限は $\inf A = -\infty$ と書くのが慣習である．

- **p.18** 行列の計算について，

  行列の差や定数倍が定義されていないが，ベクトルの時と同様に以下のように定義される．2 つの行列

  $$A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n},\ B = (b_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} \in M(m, n, \mathbb{R})$$

  に対して，和 $A + B$ や差 $A - B$ は成分ごとの和や差により

  $$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} \pm b_{m1} & a_{m2} \pm b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

  と定める．また，行列のスカラー倍（定数倍）は各成分を定数倍して得られる行列，すなわち，実数 $\lambda \in \mathbb{R}$ に対して行列 A の λ 倍 λA を

  $$\lambda A = (\lambda a_{ij})_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \dots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \dots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \dots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix}$$

  と定める．

- **p.38, 問 3.3.2** A^n について，

  A^n の定義が書いていないが，これは A を n 回かけて得られる行列，すなわち，

  $$A^2 = AA,\ A^3 = AAA,\ \dots, A^n = \overbrace{AAA \dots A}^{n \text{ 個}}$$

  を意味している．

- **p.85** 命題 6.3.3 の証明について，
$n \geq N_1 \Rightarrow \ |b_n - \beta| < \dfrac{\varepsilon}{2(M+1)}$ について，$M > 0$ であるから $n \geq N_1 \Rightarrow \ |b_n - \beta| < \dfrac{\varepsilon}{2M}$ としても問題はない．

- **p.146, 問 1.2.1** の解答について

  (1) 命題を否定すると「A さんと B さんはともに日本人**ではない**」は「(A さんと B さんはともに日本人である) ではない」の意味で書いている．また，答えの「A さんと B さんのどちらか一方は日本人ではない」というのは「A さんと B さんの少なくとも一方は日本人ではない」の意味であり，A さんと B さんの両方が日本人ではない場合を含んでいることに注意する（数学特有の表現）．

  (2) 命題を否定すると「このクラスの学生はすべて茨城県出身**ではない**」は「(このクラスの学生はすべて茨城県出身である) ではない」の意味で書いている．