

# 目 次

第 0 章 準 備	1
0.1 数, 命題と論理	2
0.1.1 数の集合	2
0.1.2 命題と論理	3
0.1.3 有理数・無理数と実数の連続性	5
0.2 基本関数とグラフ	7
0.2.1 関数とグラフ	7
0.2.2 1 次関数	8
0.2.3 分数関数	8
0.2.4 2 次関数	9
0.2.5 2 次曲線	11
0.2.6 指数関数	13
0.2.7 対数関数	14
0.2.8 三角関数	18
0.2.9 逆三角関数	24
0.2.10 双曲関数	26
0.2.11 逆双曲関数	27
0.3 ベクトル・行列	28
0.3.1 ベクトル	28
0.3.2 行列	29
0.4 二項係数	31
0.4.1 順列・組み合わせ	31
0.4.2 二項係数・二項定理	31
第 1 章 数列の極限, 関数の連続性	37
1.1 数列, 級数	38
1.1.1 数列	38
1.1.2 数列の部分和	38

1.2	数列の極限 . . . . .	40
1.2.1	極限の定義 . . . . .	40
1.2.2	数列の極限に関する定理 . . . . .	42
1.2.3	無限級数 . . . . .	44
1.2.4	区分求積法 . . . . .	46
1.3	関数の極限 . . . . .	48
1.3.1	関数の極限の定義 . . . . .	48
1.3.2	基本的な関数の極限 . . . . .	50
1.3.3	$e$ の定義 . . . . .	54
1.3.4	連続関数の性質 . . . . .	55
<b>第 2 章</b>	<b>微 分 法</b>	<b>59</b>
2.1	微分の定義と意味 . . . . .	60
2.1.1	微小量の変化 . . . . .	60
2.1.2	微分係数・導関数 . . . . .	62
2.1.3	「微分」の意味 . . . . .	66
2.2	微分の計算方法 . . . . .	67
2.2.1	基本関数の導関数 . . . . .	67
2.2.2	基本演算公式 . . . . .	70
2.2.3	合成関数の微分 . . . . .	72
2.2.4	逆関数の微分 . . . . .	74
2.2.5	対数微分法 . . . . .	74
2.3	微分の応用 . . . . .	76
2.3.1	グラフを描く手順 . . . . .	76
2.3.2	最大最小問題, 不等式の証明 . . . . .	77
2.3.3	平均値の定理 . . . . .	80
2.3.4	不定形の極限 . . . . .	82
2.4	高階導関数 . . . . .	84
2.4.1	高階導関数の定義 . . . . .	84
2.4.2	Newton の近似法 . . . . .	87
2.5	Taylor 展開, Maclaurin 展開 . . . . .	88
2.5.1	Taylor の定理 . . . . .	88
2.5.2	Taylor 展開, Maclaurin 展開 . . . . .	90
2.6	Euler の公式 . . . . .	97
<b>第 3 章</b>	<b>積 分 法</b>	<b>103</b>
3.1	積分の定義 . . . . .	104
3.1.1	原始関数 . . . . .	104
3.1.2	定積分 . . . . .	104
3.2	積分の計算法 . . . . .	108
3.2.1	基本関数の積分 . . . . .	108

3.2.2	積分の計算方法 (1) 基本的なテクニック . . . . .	112
3.2.3	積分の計算方法 (2) 進んだテクニック . . . . .	118
3.3	広義積分 . . . . .	124
3.3.1	第 1 種広義積分 . . . . .	124
3.3.2	第 2 種広義積分 . . . . .	125
3.4	積分の応用 . . . . .	126
3.4.1	面積・体積 . . . . .	126
3.4.2	曲線の長さ . . . . .	127
3.4.3	回転体の体積・表面積 . . . . .	128
<b>第 4 章</b>	<b>曲線のパラメータ表示</b>	<b>133</b>
4.1	パラメータ表示 . . . . .	134
4.1.1	直線のパラメータ表示 . . . . .	134
4.1.2	円・楕円・双曲線のパラメータ表示 . . . . .	135
4.1.3	平面のパラメータ表示 . . . . .	136
4.2	有名な曲線 . . . . .	138
4.2.1	減衰曲線・対数らせん . . . . .	138
4.2.2	サイクロイド . . . . .	138
4.2.3	アステロイド・星芒線 . . . . .	139
4.2.4	インボリュート・伸開線 . . . . .	139
4.2.5	カージオイド・心臓形 . . . . .	139
4.2.6	極座標表示された曲線 . . . . .	140
4.2.7	Lissajous 図形 . . . . .	141
4.3	パラメータ表示された曲線の微分・積分 . . . . .	142
4.3.1	微分 . . . . .	142
4.3.2	積分と応用 . . . . .	143
<b>第 5 章</b>	<b>偏微分と重積分</b>	<b>149</b>
5.1	多変数関数 . . . . .	150
5.1.1	多変数関数 . . . . .	150
5.1.2	多変数関数の極限と連続性 . . . . .	150
5.2	偏微分 . . . . .	152
5.2.1	偏微分の定義 . . . . .	152
5.2.2	偏微分の意味 . . . . .	154
5.2.3	合成関数の偏微分法：連鎖律 . . . . .	156
5.2.4	極座標変換 $(r, \theta)$ . . . . .	158
5.2.5	球座標変換 $(r, \theta, \varphi)$ . . . . .	160
5.3	偏微分の応用 . . . . .	162
5.3.1	2 変数関数の Taylor 展開 . . . . .	162
5.3.2	2 変数関数の極値 . . . . .	163
5.3.3	陰関数の定理 . . . . .	166

5.3.4	Lagrange の未定乗数法 . . . . .	170
5.4	重積分 . . . . .	172
5.4.1	重積分の定義と計算 . . . . .	172
5.4.2	重心・慣性モーメント . . . . .	176
5.4.3	重積分の変数変換 . . . . .	178
5.4.4	Gauss 積分 . . . . .	181
5.5	積分で定義される関数 . . . . .	182
5.5.1	誤差関数 . . . . .	182
5.5.2	ガンマ関数 . . . . .	182
5.5.3	ベータ関数 . . . . .	184
5.5.4	$n$ 次元空間での球 . . . . .	185
<b>第 6 章</b>	<b>力学への応用</b>	<b>189</b>
6.1	速度・加速度 . . . . .	190
6.2	近代物理の幕開け . . . . .	190
6.3	Newton の運動方程式 . . . . .	191
6.4	物体の自由落下運動 . . . . .	193
6.5	運動方程式の時間積分と運動量保存則 . . . . .	194
6.5.1	運動方程式の時間積分 . . . . .	194
6.5.2	運動量保存則 . . . . .	194
6.6	運動方程式の空間積分と力学的エネルギー保存則 . . . . .	196
6.6.1	運動方程式の空間積分 (1 次元の場合) . . . . .	196
6.6.2	運動方程式の空間積分 (3 次元の場合) . . . . .	196
6.6.3	力学的エネルギー保存則 . . . . .	197
6.6.4	位置エネルギーの例 1: 地表付近での重力の場合	198
6.6.5	位置エネルギーの例 2: 万有引力の位置エネルギー . . . . .	198
6.6.6	位置エネルギーの例 3: バネのもつ弾性エネルギー . . . . .	199
6.7	角運動量保存則 . . . . .	200
6.8	惑星の運動 . . . . .	202
	<b>参考文献</b>	<b>205</b>
	<b>問題・章末問題の答</b>	<b>206</b>
	<b>索引</b>	<b>224</b>

## コラム一覧

1	計算尺	17
2	アキレスと亀のパラドックス	56
3	厳密な極限の定義	58
4	Newton (ニュートン) と Leibniz (ライプニッツ)	75
5	オーダー評価の記号	93
6	数値計算による微分	96
7	関数電卓の中では	100
8	ご冗談でしょう, ファインマンさん	102
9	数値計算による積分 (1)	107
10	数値計算による積分 (2)	111
11	Fourier 級数展開	119
12	未来の人口を予測する微分方程式	130
13	ガブリエルの笛のパラドックス	132
14	歯車に適した曲線	148
15	最小 2 乗法 (回帰直線解析)	169
16	運動方程式と保存則	195