

序

微分方程式を解く、ということ

「微分方程式」の講義は、微分積分を習った学生に対する次の段階の数学教育として多くの大学で開講されている。微積を使って具体的な問題を解決するために、微分方程式の知識は欠かせないからである。理学・工学・経済学などで広く応用例があり、微分方程式こそが、微積を習う1つの大きな目的でもあるからだ。

微分・積分は、ものごとの変化を解析するツールである。物体の位置や人口の推移、システムの制御など、ある時刻から次の瞬間にどのように変化が生じるか、という設定（すなわち、「微分方程式を立てる」作業）がなされれば、その式から未来を予想することができる。

微分・積分の発明者の一人は、運動法則を確立させた Newton（ニュートン）だった。Kepler（ケプラー）によって報告された「惑星の運動に関する観測事実」を説明するために、Newton は、ただ1つ、「万有引力の存在」を仮定した。そして、運動方程式を解くことによって、惑星の楕円軌道や移動速度・周期と軌道の関係などを見事に導き出した。

拙著「徹底攻略 微分積分」(参考文献 [1]) の第6章では、Kepler の3法則を Newton がどのように説明したかを解説した。

「微分方程式を解く」という作業は、このように、

- モデル化する・微分方程式を立てる

というプロセスと、

- 微分方程式を解く（式全体を積分して、解となる関数を求める）

というプロセスの2つから成り立っている。どちらも同程度に重要である。

本書は、「どのように応用されていくのか」という視点に常に配慮して、常微分方程式を解説した。「方程式の解き方」だけではなく、「モデル化」や「具体的な応用例」をできる限り取り上げた。身近な現象に対して、微積を用いてアプローチする面白さを読者に伝えたいと思っている。

筆者は数学ではなく物理を専門としていて、微分積分を「使う」立場である。自分で使って便利な本となるよう心がけた。

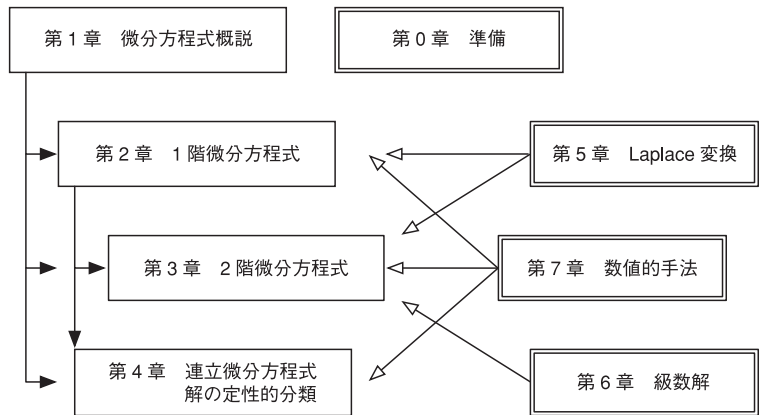
本書について

本書は、前著「徹底攻略 微分積分」と同じスタイルで執筆した。「いま説明したことが、どこでどう使われるのか」という点にこだわって、たくさんコメントを入れてある。おせっかいかもかもしれないが、難易度の表示も入れておいた。また、関連する公式や説明箇所に戻ったり、進んだりできるようにもコメントしてある。あちこちのページに飛びながら、どん欲に「学問する」姿勢をもってほしい。

以下、いくつかの特徴を挙げる。

- 本書は、筆者の講義「微分方程式」(大学1年生科目)のテキストとして執筆した。
- 基礎知識の確認の意味で、「第0章 準備」の章を用意した。微分積分・線形数学の復習が必要に応じてできるように、公式の列挙ではなく文章として準備した。また、Newtonの運動方程式や電気回路など、応用問題として登場する物理現象の基本的なことからについてもまとめた。
- 節ごとに、難易度の目安として【Level x 】の注釈を入れた。
 【Level 1】は Standard レベル。講義で伝えたい中心的なもの。
 【Level 2】は Advanced レベル。初読の際は飛ばしてよい。
 【Level 3】は趣味のレベル。現時点でわからなくても心配ない。
- 第1章は、微分方程式の概説である。続いて、1階の微分方程式、2階の微分方程式、連立微分方程式の順で説明を行う。第3章までは章末問題もつけた。半期15回の講義では、ここまでで精一杯かもしれない。
- 微分方程式の解が得られても、実際には無意味な解もある。自然界で実現するような有効な解かどうかという判断には、解の安定性の議論が重要になる。そのため、ふつうの入門書では省かれがちな「解の大域的議論」を第4章で紹介する。

定理や公式でアミ掛けしたものは必須レベルである。



本書の各章の関連図

- 本書で基本とする求積法は、未定係数法と定数変化法である。機械的操作に近い演算子法（記号法）は紙数の関係で触れなかったが、Laplace（ラプラス）変換による解法は第5章で紹介する。
- 第6章では、級数解による求積法を紹介し、あわせて特殊関数の入門的説明を行う。この部分は、筆者が物理学科の学生に量子力学演習を担当した講義ノートの一部でもあり、大学新入生にはハードルが高いかもしれない。しかし、将来、「Bessel（ベッセル）関数」とか、「Legendre（ルジャンドル）関数」という言葉を見たとき、その概略をすぐ知るには重宝してもらえるように用意した。
- 実際のところ、実用・応用面で微分方程式を扱うときには、紙と鉛筆で式を解くことは稀であり、ほとんどの人がプログラムを組むか数式処理ソフトを使うことになるだろう。その橋渡しの解説を第7章で試みた。数値計算処理の基礎・常微分方程式のプログラミングの代表的な手法・ソフトウェア *Mathematica* の利用実例をまとめてある。
- 例題・類題は、解けたらオモシロイと思ってもらえるような、具体的な問題を多く含むことを心がけた。計算練習レベルの問題は、必要に応じて他の演習書で補っていただきたい。
- （完全ではないが）なるべく見開きで1つのテーマが収まるようにレイアウトを工夫した。

筆者が学生時代に感じた印象や驚きが、どこまで伝えられたかは、わからない。個人的には、Laplace 変換には「目から鱗」、特殊関数には「目が点」だった。

「徹底攻略」という書名に恥じないよう、読者が将来必要となるだろう内容には触れたつもりである。しかし、実用優先のポリシーのもと、解の存在と一意性に関する説明は、第1章・第3章で結果を紹介する程度にした。興味のある読者は、巻末の参考文献から、さらに進んでいただきたい¹⁾。

謝辞

原稿段階でご意見をくださった大阪工業大学の数学担当の各氏に感謝いたします。特に、桑子和幸氏、斎文章氏からは多くのご指摘やご意見をいただきました。また、本書の作成にあたり大変お世話になった共立出版（株）の寿日出男氏および赤城圭さんに厚くお礼申し上げます。

2010年7月

著者

1) 出版後、本書中のミスなどが判明した場合、筆者のウェブページ

<http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/book>

で迅速に対応する予定です。