まえがき

本書は，理工系学生向けに書かれた常微分方程式の入門書です．筆者が長年にわたり工学部で行ってきた常微分方程式の講義を基にして整理加筆したものであり，理工系学部の 2 年生あたりを対象にした半期の教科書あるいは入門参考書として編集されています．

ニュートン，ライプニッツによる微積分学の誕生と同時に常微分方程式は出現し，以来 300 年以上にわたって物理学や工学の諸分野で重要な役割を果たしてきています．一般的に，求積法で厳密解を求め得る常微分方程式は非常に少ないことが 20 世紀初頭に証明されていますが，定数係数の線形常微分方程式は厳密解が求まることがわかっています．

理工系学部の学生は 1 年次あるいは 2 年次で力学の講義を履修する際に運動方程式を介して常微分方程式に出会います．そこで扱われるのは主として単振動の方程式に代表される定数係数の 2 階線形常微分方程式であり，外力項をもつ常微分方程式の厳密解を求めることが要求されます．

本書は常微分方程式の解法だけに的を絞っており，微積分学を学び終えた学生が常微分方程式の解法に習熟できるよう例題をできるだけ多くし，解法自体も整理した形で解説しています．

第 1 章では 1 階の常微分方程式の簡単な求積法について解説しました．

第 2 章では定数係数の線形常微分方程式に対し微分演算子 D を用いた記号解法を詳しく解説しています．使用する公式も少なくして，公式 2.2 と公式 2.3 だけで，ほぼすべての非同次線形常微分方程式の一般解を求めることができるよ

うに工夫してあります．特に外力項が多項式の場合は割り算によって特殊解が簡単に求められる山辺の方法も紹介してあります．さらに，定数係数の非同次連立線形常微分方程式に対しても記号解法が有効なことを2.9節で解説しています．連立線形常微分方程式の一般解がもつべき任意定数の個数についても詳しく説明を加えました．

第3章では常微分方程式の級数解法について解説してあり, 主な方程式としてルジャンドルの微分方程式とベッセルの微分方程式を取り扱っています．ベッセルの微分方程式の級数解はべき級数ではなく, λを実数として$x(t) = t^{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} c_k t^k$の形の級数解となる理由も述べてあります．

本文中では常微分方程式の理論について触れていないので，付録Aで解の存在と一意性の定理，付録Bで行列の理論を用いた連立微分方程式の解法を解説しました．最近は，微分方程式で記述された数理モデルをコンピュータで数値シミュレーションすることも多いので，付録Dで常微分方程式の数値解法について簡単に触れてあります．

本書では，常微分方程式の解法を理解しやすくするため，定理や公式の後に例や例題をできるだけ多く収録しています．また，理解を助けるため，必要に応じて注意書きを加えています．例題には詳しい解答が付してあり，例題の後には問も付けてあるので，例題を読んで問を解いていけば，自然に解法が身につき自学自習できるようになっています．各章末には理解を深めるための演習問題があり，巻末には問と演習問題の解答を付けてあります．

常微分方程式は理学，工学はもちろんのこと数理生物学や経済学等の分野にも広い応用をもっていますが，本書の内容は常微分方程式の解法に限っているので，応用には触れていません．それらに関してはそれぞれの専門分野の書物に譲ります．

2009年10月

著　者