

目 次

第 0 章	量子情報科学への招待	1
0.1	古典情報科学から量子情報科学へ	1
0.2	量子情報科学のさらなる展開	5
0.3	量子情報科学から物理学へのフィードバック	7
0.4	量子情報処理の実現へ	9
0.5	本書の構成	11
第 1 章	量子ビット系の量子力学	15
1.1	はじめに	15
1.2	準備	17
1.2.1	概念の準備：物理系，状態，物理量の測定	17
1.2.2	表記法の準備：Dirac の表記法 I	18
1.3	量子ビット系	23
1.3.1	量子ビットと基底測定	23
1.3.2	量子ビット系の時間発展	27
1.3.3	量子ビット系の合成系 — 多量子ビット系	31
第 2 章	量子計算基礎	37
2.1	「計算」とは何か？	37
2.2	情報科学で必須となる数学記号・記法	41
2.3	古典回路モデル	42
2.4	量子回路モデル	48

第3章	量子アルゴリズム	57
3.1	Deutsch-Jozsa のアルゴリズム	57
3.2	Grover のアルゴリズム	62
3.2.1	アルゴリズムの解析	65
3.2.2	一般化：解が複数ある場合	68
3.3	Shor のアルゴリズム	71
3.3.1	周期発見問題に対する量子アルゴリズム	72
3.3.2	素因数分解問題に対する量子アルゴリズム	76
3.3.3	離散対数問題に対する量子アルゴリズム	78
3.4	その他の量子アルゴリズム	80
第4章	量子情報理論の基礎	81
4.1	はじめに	81
4.2	準備	82
4.2.1	公理と要請について	82
4.2.2	Hilbert 空間と線形演算子	84
4.2.3	Dirac の表記法 II	85
4.3	量子力学の公理系	87
4.3.1	量子系, 状態, 物理量の測定	88
4.3.2	時間発展	97
4.3.3	合成系	98
4.3.4	測定による状態変化について	100
4.4	一般的な量子状態	102
4.4.1	状態の確率混合	102
4.4.2	状態の密度演算子による記述	104
4.4.3	密度演算子の性質	107
4.4.4	Bloch ベクトル	111
4.4.5	縮約状態	113
4.4.6	密度演算子の時間発展	117
4.5	一般的な測定	117
4.5.1	測定の一般的性質	117
4.5.2	POVM 測定の実現	120

4.5.3	同時測定	123
4.5.4	状態識別	124
4.6	一般的な時間発展	125
4.6.1	時間発展の一般的性質	126
4.6.2	TPCP 写像の実現	129
4.7	一般的な測定過程	130
4.7.1	操作的な視点から見る一般の測定過程	131
4.7.2	インストルメントの実現	135
第 5 章	量子系における情報量	139
5.1	はじめに	139
5.2	古典系における情報量	140
5.2.1	Shannon エントロピー	140
5.2.2	エントロピーと典型系列	143
5.2.3	同時エントロピーと条件付きエントロピー	147
5.2.4	条件付き確率と古典通信路	148
5.2.5	ダイバージェンス	150
5.2.6	f -ダイバージェンス	152
5.2.7	相互情報量	155
5.2.8	エントロピーの凹性と劣加法性	157
5.2.9	Fano の不等式	158
5.3	量子系における情報量	159
5.3.1	von Neumann エントロピー	159
5.3.2	量子相対エントロピー	161
5.3.3	量子系における相互情報量	164
5.3.4	von Neumann エントロピーの凹性と劣加法性	167
5.3.5	トレース距離	168
5.3.6	忠実度と Uhlmann の定理	170
5.3.7	忠実度の性質	173
5.3.8	エンタングルメント忠実度	178

第 6 章	量子エンタングルメント	183
6.1	はじめに	183
6.2	エンタングルメントの基礎	184
6.2.1	量子相関と古典相関	184
6.2.2	積状態と最大エンタングル状態	186
6.2.3	量子テレポーテーション	187
6.2.4	超稠密符号	190
6.3	エンタングルメントの定量化	192
6.3.1	局所操作と古典通信 (LOCC)	192
6.3.2	エンタングルメントの基本単位	194
6.3.3	エンタングルメントの濃縮	195
6.3.4	量子データ圧縮	199
6.3.5	エンタングルメントの希釈	202
6.3.6	純粋状態のエンタングルメント量	204
6.4	多者間のエンタングルメント	205
6.4.1	GHZ 状態と W 状態	205
6.4.2	確率的 LOCC	206
6.4.3	多者間エンタングルメントの分類	208
6.5	混合状態のエンタングルメント	210
6.5.1	エンタングルメントの判定	210
6.5.2	混合状態の LOCC	215
6.5.3	エンタングルメント測度	218
6.5.4	生成エンタングルメント	219
6.5.5	相対エントロピー・エンタングルメント	221
6.5.6	エンタングルメント測度間の関係	222
6.5.7	エンタングルメント単調関数	224
第 7 章	量子通信路符号化	225
7.1	はじめに	225
7.2	量子仮説検定	226
7.2.1	量子仮説検定問題	226
7.2.2	演算子に関する補題	228

7.2.3	量子仮説検定の漸近理論	230
7.2.4	相対 Rényi エントロピーの性質	233
7.3	量子通信路符号化	236
7.3.1	量子通信路を通じたメッセージの伝送	236
7.3.2	古典-量子通信路符号化定理の証明 (逆定理)	239
7.3.3	古典-量子通信路符号化定理の証明 (順定理)	244
第 8 章	量子誤り訂正と量子暗号	251
8.1	はじめに	251
8.2	古典系での代数的な誤り訂正符号	252
8.2.1	問題の定式化	252
8.2.2	アンサンブルの下での評価	257
8.2.3	アンサンブルの例	260
8.2.4	漸近理論	262
8.2.5	秘匿性を伴った誤り訂正	263
8.3	量子誤り訂正符号	268
8.3.1	Pauli 通信路	268
8.3.2	Stabilizer 符号	269
8.3.3	CSS 符号	273
8.3.4	漸近理論	277
8.4	量子秘匿通信への応用	278
8.4.1	環境系への通信路	278
8.4.2	秘匿性増強を行わない場合	280
8.4.3	秘匿性増強を行う場合	284
8.5	量子暗号 (量子鍵配送) への応用	288
付録 A	線形代数の基礎	293
A.1	記号の約束	293
A.2	Hilbert 空間と線形演算子	293
A.2.1	ベクトル空間	293
A.2.2	Hilbert 空間	296
A.3	線形演算子	300

xii 目次

A.3.1	線形演算子の導入	300
A.3.2	線形演算子の代数	302
A.3.3	随伴演算子	302
A.3.4	固有値と固有ベクトル	303
A.3.5	線形演算子の重要なクラス	304
A.3.6	スペクトル分解定理	305
A.3.7	演算子の関数	308
A.3.8	演算子のトレース	310
A.4	凸集合と凸関数	311
A.5	テンソル積 Hilbert 空間	313
A.5.1	ベクトルのテンソル積	313
A.5.2	線形演算子のテンソル積	316
A.6	演算子についてのより進んだ話題	317
A.6.1	演算子の極分解	317
A.6.2	演算子のノルム	319
A.6.3	トレースノルム	321
A.6.4	行列単調関数	326
A.7	有限体上のベクトル空間	327
付録 B	演習問題解答	332
	参考文献	348
	索引	354