

# まえがき

乱流は自然や日常生活の随所に現れる身近な現象である。大気や海洋の流れ、航空機や自動車のまわりの流れなど、科学技術のさまざまな分野で現れる流れに伴う多くの現象で乱流が重要な役割を果たしている。

それ故、これまで歴史的に多くの乱流の研究がなされてきた。しかしながらその解明には至っておらず、乱流は依然として未解決の問題として残っている。たとえば、まっすぐな円管の中の一定圧力勾配下の流れの平均流量を求めるといふ、一見なんでもないような問題についてさえも、多くの実験的知見の集積はあるものの、流体力学の基礎原理からその流量を理論的に求めることはできていない。そもそも、流体運動を支配する法則として最も代表的なナビエ-ストークス方程式の解の存在と一意性、その解の滑らかさについてさえも、未解決であり、たとえば、クレイ数学研究所が 21 世紀数学分野における代表的挑戦すべき課題としてあげた 7 問題の一つとなっている。

乱流解明の難しさを物語るものとして、次の逸話がある。量子力学の創設者の一人ハイゼンベルグは「もし機会が与えられるならば、神に何を尋ねたいか」と聞かれたとき “When I meet God, I am going to ask him two questions: Why relativity? And why turbulence? I really believe he will have an answer for the first.” と答えたという<sup>†1</sup>。似た逸話が流体力学の古典的教科書の著者として知られるラムにもある。これら逸話の真偽はともかく、いずれにしても乱流の解明が難しいことを物語っている。この状況は今も続いている。

しかしながら、一方で近年の計算機性能およびそれに基づく計算科学の進展は著しく、従来乱流の解明を阻んできた大きな要因である強い非線形性や

---

<sup>†1</sup> ただし、その真偽は定かではなく、この言葉はハイゼンベルグによるものではないらしい。

巨大自由度に立ち向かう術が急激にその力を増してきている．このことは、今から 60 年近く前にフォン・ノイマンが期待したことが、いよいよ現実的になってきたことを示唆している．彼はある報告の中で、従来の数学的方法による乱流解明の困難を述べたあと、以下のように述べている．“Under these conditions there might be some hope to “break the deadlock” by extensive, but well-planned, computational efforts.” [1]

本書では、近年の計算機性能の著しい進展を背景とする乱流の計算科学の基礎について解説する．まず第 1 章で、乱流の特徴と流体運動を支配する流体力学の基礎法則について簡単に述べたあと、第 2 章で、その基礎法則に基づいて流体運動を解析するための数値計算の方法、とくに差分法とスペクトル法について解説する．

流体運動は非線形のダイナミクスおよび境界条件に支配される．その境界条件は現実の流れでは千差万別であり、それに応じて実際の流れもさまざまである．しかしながら、それらの中に、個々の流れの違いの詳細によらない何らかの共通の性質があるのではないかと考えられる．実際、この考えは乱流研究の中核的考えの一つになっている．その考えによれば、さまざまに違う条件の一つ一つの流れについてではなく、最も基礎的で代表的すなわち規範的（カノニカル）な乱流に対しての理解が乱流解明の鍵を与えると考えられる．本書ではこのような考えに基づいて、カノニカルな乱流に絞って、乱流場のもつ性質を計算科学の視点から解説する．

第 3 章では、まず乱流固有のダイナミクスに起因する性質に注目し、境界条件としては最も簡単な周期境界条件下での乱流について考える．次に、固体境界を持つ流れの中で、もっとも規範的な平行な二平板間の流れについて解説する．乱流は境界条件だけでなく、重力、回転によるコリオリ力などさまざまな外力にも大きな影響を受ける．第 3 章では、これらの外力下の乱流についても簡単に述べる．

乱流の大きな特徴の一つはそれの持つ自由度の巨大さにある．このことは、コンピュータ上でその流れを解こうとすると、非常に大きな情報量を扱わないといけないことを意味している．現実の多くの乱流では、このような巨大な情報量を全て取り入れて流れを解くことは、現在の最先端および予見しうる最高

性能のコンピュータをもってしても不可能である．それ故，その巨大な情報量を合理的に縮約する方法の開発が不可欠である．第4章では，そのような情報縮約の手法としてもっとも有望とされているラージ・エディ・シミュレーション (Large Eddy Simulation: LES) の手法，およびウェーブレット (Wavelet) 解析に基づく手法について解説する．LESの方法は，小さな渦については何らかの統計的仮定を用いてモデル化するけれど，大きな渦についてはなるべくモデル化しないで基礎方程式に忠実に解こうとする方法である．ウェーブレットの方法は，LESのように渦の大きさで分けるのではなく，渦の大きさだけでなく場所についても情報を与えるウェーブレット解析の手法に基づいてモデル化する手法である．

2012年6月

編者 金田行雄

## 参考文献

- [1] J. von Neumann: Recent theories of turbulence, in *Collected works* (1949-1963), **6**, 437-472, ed. A.H. Taub. Pergamon Press, New York (1963).