

# 序文

## グラフ理論の概要

グラフ理論が対象とするグラフは、点（頂点、ノードとも呼ばれる）の集合と、辺（枝、リンクとも呼ばれる）の集合で構成される。統計で扱う折れ線グラフや棒グラフといった、数値の変化量を示すためのグラフとは異なるものである。辺は2点間を接続する線分として定義され、点に何らかの意味を与えた場合に、その対応する2点間の関係を表す。たとえば、グラフは集積回路の配線パターンの表現に用いられ、点はピンや抵抗、電源などの回路要素、辺はそれらを接続する配線に対応する。また、グラフはWorld-Wide Webシステムにおけるページ間の関連性の表現に用いられ、点はWebページに、辺はリンク付けを行っているページ間に対応する。さらには、グラフは通信ネットワークの構成（トポロジーと呼ばれる）の表現にも用いられ、点はコンピュータやルータ、スイッチングハブなどの機器に、辺はそれらを接続する電線や光ファイバ、無線などの通信リンクに対応する。このようにグラフ理論では、通信ネットワークや集積回路といった非常に複雑なシステムを、グラフのシンプルな表現方法を用いて表すことで、余分な情報を取り去り、本質のみを表現することを可能とする。このことにより、現代の科学技術の進歩の結果として得られた多くの非常に複雑なシステムの解析に対して、グラフ理論は非常に重要な解析・分析の手段を与えてくれる。

## グラフ理論の目的

コンピュータ、通信ネットワーク、ソフトウェア、携帯電話、鉄道・道路網、電力送信システムなど、現代技術の成果物は非常に複雑である。そのため、そこで何らかの問題が生じた場合に、どのようにしてその問題の本質を見極め、適切な対策を取っていくべきかを考えることは、非常に困難となっている。すなわち、複雑な対象に内在する問題の本質を見抜くこと、あるいは普遍性を抽出することの重要性がますます高まっている。グラフ理論は、複雑なシステムを構成する要素間の関係を明らかにすることで、その解決策の指針を与える可能性を有している。現在、大学や工業高等専門学校などにおいて様々な専門分野を学び、これから社会に出て技術者や研究者として活躍しようとしている若者にとって、システムのシンプルなモデル化と構成要素間の関係性から、その本質あるいは普遍性を見抜くといったグラフ理論に基づいたアプローチに精通することは、備えておくべき基礎的能力であると言っても過言ではない。

## グラフ理論を学ぶにあたって

グラフ理論を使いこなす上で大切なことは、グラフ理論で用いられる様々な用語、その概念、

意味を正しく理解することである。グラフ理論では、点、辺に始まり、非常に多くの用語が用いられている。それらの用語を正しく使うことで、対象とする問題の本質を理解したり、その解法を与えたり、問題に関する理解を共有し合うことが容易となる。人間社会でのコミュニケーションにおいては正しい日本語や英語が有用であり、コンピュータの利用においては正しいプログラミング言語が有用であるように、グラフ理論の様々な用語を正しく用いることで、グラフで表現可能な非常に多くの問題に関するコミュニケーションをスムーズに行うことが可能となる。グラフ理論の概念・用語の世界を共通にもつことで、問題解決の第一歩を、より解に近いところから始めることが可能となる。同時に、それを用いたコミュニケーションを通じて、最終的な解への道筋を早く辿ることを可能とする。

## 本教科書の狙いと構成

本書は、3つの大学の情報系学科に所属し、情報工学や知能工学、通信・ネットワーク工学を学ぶ学生にグラフ理論の基礎に関する授業を行うとともに、それを研究活動に活用している教員5名が、それぞれの得意とする分野を中心に執筆を分担することで作成されたものである。そのため、数学的な厳密さ、正しさよりは、情報工学、知能工学、通信・ネットワーク工学などでの利用において特に重要と思われる概念を選び、なるべく読者に直感的に伝えられるように配慮している。情報系工学の学生、技術者、研究者にとって、グラフ理論は、システム、現象、制度などを視覚的に表現し、分析するための道具である。現実の社会の中に存在し、発生している様々なシステム、現象、制度は、非常に複雑であり、このような複雑な対象から、問題の本質を見抜き、普遍性を抽出することが求められている。グラフ理論はそのための考え方や手段を提供する。ここで、グラフ理論をそれらの複雑な対象に適用するには、その本質を直感的に理解することとともに、柔軟にその適用方法や手順を考えていく必要がある。そのためには、細々とした枝葉的な条件や結果にこだわるよりは、ざっくりとその本質を見抜くことが重要である。本書では、必要な定理についてはその証明を与えているが、証明法を理解したい、それを学びたい、正しさにこだわりたいといった場合を除き、読むことや授業での説明を省いていただいて差し支えない。それらは、数学的基礎（第1章）に記載した証明法のテクニックを理解するための参考としての利用をお勧めする。また、各章での理解を深めるために、章末に演習問題を付している。この中で、設問番号に\*が付いているものは難易度が高い設問である。

## 謝辞

最後に、本書の執筆をお勧めいただきました、東北大学の白鳥則郎名誉教授には、心より感謝申し上げます。本書は、著者の1人が白鳥先生と偶然ご一緒させていただきましたソウルの国立中央博物館での会話をきっかけとしています。このお話を頂戴しましてから、すでに2年が過ぎてしまいましたが、その間、いつも辛抱強く励ましていただきました共立出版株式会社の島田誠様には、厚く御礼申し上げます。

2012年8月

著者を代表して 船曳信生